



hoofdgroep

FUNDAMENTALS

code

F1

Overdrachtsverschijnselen

Dr. Ir. G.J. Doornbos

WATHEMAGNIA

17

WATHEMAGNIA

INHOUDSOPGAVE

Inhoudsopgave	3
Overdrachtsverschijnselen	5
Algemene gegevens:	5
Voorwoord	6
Hoofdstuk 1 Algemene inleiding in de warmte-overdracht	7
1.1. Algemene literatuur	7
1.2. Inleiding fundamentele warmte overdracht	7
1.3. Grenslagen	9
1.4. Dimensieloze kengetallen	9
1.5. Kengetallen en hun betekenis	10
1.6. Analogie in transportwetten	11
1.7. Thermisch vermogen van warmtewisselaars	13
1.8. Stromingsweerstand in een pijp	13
Hoofdstuk 2 Gedwongen convectie in pijpen	15
2.1. De Hydraulische Diameter	15
2.2. Warmteoverdracht bij laminaire stroming	15
2.3. Warmteoverdracht bij turbulente stroming	16
2.4. De invloed van bochten	17
2.5. Turbulente stroming door ringvormige kanalen (<i>concentric annuli</i>)	18
Hoofdstuk 3 Dwarsstroming om lichamen	20
3.1. Dwars aangestroomde buis	20
3.2. Dwars aangestroomde pijpenbundel	20
Hoofdstuk 4 Bijzondere gevallen van warmteoverdracht	22
4.1. Warmteoverdracht in geroerde vaten	22
4.2. Een vallende vloeistoffilm op een verticale wand	23
Hoofdstuk 5 Warmteoverdracht bij vrije convectie	24
5.1. Grondslagen	24
5.2. Verticale wand of cilinder	24
5.3. Horizontale cilinder en bol	25
5.4. Verticale spleet	25
Hoofdstuk 6 Geluid als verschijnsel	26
6.1. Wat is geluid?	26
6.2. Hoe horen we geluid?	27
6.3. Geluid bij koelers en condensoren	28
6.4. Het omrekenen van geluidswaarden	29
Hoofdstuk 7 Geluidsberekeningen	31
7.1. De definitie van geluid	31
7.2. De definitie van geluid	31
7.3. Het specificeren van geluid	32
7.4. Het gedrag van geluid in omgevingen of ruimtes	33
7.5. Rekenen met geluid: meerdere geluidsbronnen optellen	34
7.6. Geluidsmetingen	35
7.7. Geluid aan de koeler	36
7.8. Referenties	36
Hoofdstuk 8 Bijlagen	37
8.1. Voorbeeld: Hertentamen F1 van 3 januari 2005	37
8.2. Wiskunde ten behoeve van het vak warmte-overdracht	38

© Stichting Post HBO Koudetechniek, 2014

De totstandkoming van dit lesmateriaal is mede mogelijk gemaakt dankzij financiële bijdragen van OTIB en de Stichting Gustav Lorenzen in het kader van kennisontwikkeling in de Nederlandse koudetechnische sector.

De opleiding Post HBO Koudetechniek wordt georganiseerd door de Stichting Post HBO Koudetechniek. Hierin werken KNVvK, NVKL, UBF-ACA, SOK en docenten samen om een goede opleiding te kunnen bieden. De cursus staat onder toezicht van een onafhankelijke Werkveld Advies Commissie. De lesstof is uit de best beschikbare kennis en kunde samengesteld. De Stichting Post HBO kan niet aansprakelijk gesteld worden voor schades die voortkomen uit de tijdens de opleiding verstrekte informatie.

OVERDRACHTSVERSCIJNSELEN

Algemene gegevens:

Code	: F1
Opleiding	: Post HBO Koudetechniek
Aantal lesuren	: 8 lesuren (2 middagen à 4 lesuren)
Zelfstudie	: 1½ - 2 uur per middag (gemiddeld)
Opsteller	: dr. ir. G.J. Doornbos
Versie	: maart 2014

Doelstelling

Het vak F1 is bedoeld om bekend veronderstelde kennis 'op te frissen' en te leren omgaan met de VDI WärmeAtlas voor die problemen uit de warmte overdracht die niet bekend zijn. Ook worden de grondbeginselen van geluid behandeld. Wegens het inleidende karakter wordt module F1 aan het begin van de cursus Koudetechniek ingeroosterd.

Om de complexiteit van dit inleidende vak beperkt te houden wordt de warmte overdracht beperkt tot zogenaamde één-fase processen.

De cursist heeft na het doorlopen van de module F1 de volgende competenties verworven:

1. De cursist is in staat de veronderstelde voorkennis ten behoeve van de gehele cursus koudetechniek op het gebied van warmte overdracht en stromingsleer ook in de praktijk te gebruiken.
2. De cursist is in staat belangrijke problemen uit de warmte overdracht (zoals weergegeven in de VDI Wärme Atlas) met succes toe te passen.
3. De cursist is in staat eenvoudige geluidsberekeningen te maken en kan geluidsopgaven van anderen beoordelen en op waarde schatten.

Noodzakelijk voorkennis

Om deze module succesvol te kunnen doorlopen moet de cursist over de volgende ingangskompetenties beschikken:

1. Wiskunde op HBO niveau: manipuleren met vergelijkingen, integreren, differentiëren, oplossen van 1^e- en 2^e-orde differentiaalvergelijkingen.
2. Beperkte kennis van natuurkunde op HBO niveau: energie, vermogen, warmteoverdracht, stromingsleer, vergelijking van Bernoulli, kengetallen, fysische transportverschijnselen.

Inhoud van de lessen

Les 1: Algemene inleiding in de warmte overdracht

Het algemene concept van warmte overdracht in relatie tot andere vormen van fysisch transport, indelen soorten warmte overdracht, relevante kengetallen, de elementaire warmtewisselaar en stromingsweerstand in leidingen.

Les 2: Convectie

Warmte overdracht bij gedwongen convectie in en om buizen. Warmte overdracht bij vrije convectie om horizontale en verticale lichamen. Bijzondere gevallen van warmte overdracht: convectie in geroerde vaten en in van een vallende vloeistoffilm.

Les 3: Geluid

Verschuifsel en eenvoudige berekeningen

Werkvorm

Cursorisch; bovendien worden in elke bijeenkomst enkele voorbeelden door de cursisten zelf uitgewerkt alvorens klassikaal behandeld te worden.

Beoordelingswijze

Individuele toetsing. Maakt deel uit van een gezamenlijk tentamen met A1 en V2 van 90 minuten.

Leerhouding

Van de cursist wordt een volwassen leerhouding verwacht. De stof wordt voor een belangrijk deel gebracht als herhalingsstof. Eventuele deficiënties tussen de achtergrond van de cursist en de naar voren gebrachte stof moeten door de cursist zelf worden geïdentificeerd. Van de docent mag worden verwacht dat de cursist verder wordt geholpen door directe hulp of door verwijzing naar andere hulpbronnen.

Alleen het bijwonen van de lessen is voor het succesvol doorlopen van de module niet voldoende. Van de cursist wordt verwacht dat de lesstof van de laatste les in eigen beheer wordt bestudeerd en dat het opgegeven huiswerk telkens wordt gemaakt. Ook het vooruit lezen van de tekst voor de volgende les wordt van harte aanbevolen.

Verantwoording

Verwezen wordt naar de literatuurlijst zoals aangegeven in de lesstof. Er is gebruik gemaakt van nationale en internationale leerboeken, handboeken en naslagwerken, waarvan de VDI-Wärme Atlas het belangrijkste is.

Er wordt zoveel mogelijk getracht alle bronnen, auteurs en formulebenamingen weer te geven in de tekst. Wellicht ten overvloede: de tabellen, schema's en plaatjes zijn opgenomen ter ondersteuning van de tekst, zijn derhalve soms vereenvoudigd en zijn in een aantal gevallen een willekeurig voorbeeld. Daarom mogen deze illustraties niet gebruikt worden anders dan voor het hiervoor aangegeven onderwijskundig doel.

Voorwoord

Warmteoverdracht door middel van convectie speelt in de koudetechniek een zeer belangrijke rol in de apparaten en bij het afkoelen van producten. Voor het berekenen van de warmteoverdrachtscoëfficiënt is de VDI Wärmeatlas, versie maart 1988, het uitgelezen boekwerk. Dit dictaat behandelt een aantal bladen uit de Wärmeatlas. Indien van toepassing zijn per hoofdstuk voor de volledigheid de betreffende bladen vermeld.

Dit dictaat is origineel opgesteld door ir. J.G. Romijn. Hij is vanaf de start van de cursus tot en met het cursusjaar '94-'95 als docent aan de cursus verbonden geweest. In 1995 is de tekst bewerkt door ir. J. Reinhard en daarna aangevuld met de hoofdstukken 1, 6 en 7 door dr. ir. G.J. Doornbos die vanaf 1996 de cursus geeft.

De hoofdstukken over geluid zijn na bereidwillige goedkeuring overgenomen van de interne cursussen LT1 en LT2 van Alfa Laval Groningen BV.

Hoofdstuk 1 ALGEMENE INLEIDING IN DE WARMTE-OVERDRACHT

1.1. Algemene literatuur

In dit vak wordt veel gebruik gemaakt van de volgende bronnen over warmte overdracht, welke als naslagwerk te gebruiken zijn:

- VDI Wärme Atlas, 4e Auflage 1984 of later, VDI Verlag GmbH, Düsseldorf;
- Inleiding tot de warmte techniek, door J.J. Feijen, Nijgh & Van Ditmar, Rijswijk (1987).;
- Fysische transportverschijnselen I, Janssen c.s., Delftse Uitgevers Maatschappij, Delft (1994);
- Gröber/Erk/Grigull, die Grundgesetze der Wärmeübertragung, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg New York (1988);
- Grundgesetze der Wärmeübertragung, Gröber, Erk & Grigull, Springer Verlag; Berlin (1988);
- Carslaw H.S. & Jaeger J.C., Conduction of Heat in Solids, second ed., Clarendon Press, Oxford (1995);
- Transport Phenomena Data Companion, Janssen en Warmoeskerken, Delftse Uitgevers Maatschappij, Delft (1993);
- Recommendations for the processing and handling of frozen foods, IIR, Paris (1986);
- Heat transmission, McAdams W.H., McGraw-Hill Publ.Co., London (1951).

Verder is gebruik gemaakt van welwillende medewerking van diverse koeltechnische ondernemingen in Nederland.

1.2. Inleiding fundamentele warmte overdracht

De nu volgende verhandeling is wiskundig gesproken ietwat discutabel. Door het toch op deze manier uit te leggen, en zeer grote stappen te doen, wordt getracht op eenvoudige wijze tot de algemene differentiaalvergelijking voor instationaire warmteoverdracht te komen, zonder onderweg het begrip te verliezen.

Stel een willekeurig volume element voor waarin warmte stroomt. Uit de eerste hoofdwet van de thermodynamica volgt dat de thermische energietoestand van het lichaam kan worden beschreven door de volgende energiebalans over het volume element:

ENERGIEBALANS OVER VOLUME ELEMENT						
Opwarming of afkoeling	=	Stroming door een medium	+	Geleiding/straling van warmte	+	Eigen productie of afvoer

In woorden uitgedrukt: de afkoeling of opwarming van een lichaam wordt veroorzaakt door een in- of uitstromend medium, warmte geleiding met de omgeving van het lichaam (door convectie of straling) en door eigen productie of opname van inwendige energie.

Hiervoor kunnen de volgende (waarschijnlijk bekende) formules worden gegeven:

$$Q = c_p m \Delta T [J] \quad \dot{Q} = \rho \dot{V} c_p \Delta T_{med} [W] \quad \dot{Q} = \frac{\lambda A}{d} \Delta T [W] \quad \dot{Q}_p [W]$$

of

$$\dot{Q} = c_p m \frac{dT}{dt} [W] \quad \dot{Q} = v A \rho c_p \Delta T_{med} [W] \quad \dot{Q} = \lambda A \frac{\partial T}{\partial x} [W] \quad \dot{Q}_p [W]$$

$$\text{enthalpie verschil} = \Delta h = c_p \Delta T \cdot (c_p + (T_1 - T_2))$$

Wanneer deze formules worden gedeeld door een volume $A \cdot dx$ of $A \cdot \Delta x$ volgt daaruit:

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = -\rho c_p v_x \frac{\partial T}{\partial x} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q [W/m^3]$$

q = warmteproductie per volume eenheid

Speciaal wordt aandacht gevraagd voor de instationaire (tijdsveranderlijke) warmte overdracht. Dit treedt op bij afkoelen van vloeistoffen en vaste lichamen, welke we in de koeltechniek regelmatig optreden.

De laatste vergelijking is de vergelijking die we zoeken, waarbij de warmte overdracht wordt beschreven in een cartesiaans (rechthoekig) coördinatenstelsel bij koelen of verwarmen **in één richting**.

De achtereenvolgende termen heten:

BENAMING VAN TERMEN				
Instationaire term	=	Convectieve term	+	Diffusieve term + Bron (put) term (ook veldwarmte)

Bij deze vergelijking zijn de volgende bijzondere gevallen te onderscheiden:

1. Er is geen medium stroming en er vindt een stationair (tijdsonafhankelijk) proces plaats:

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -q$$

Dit wordt de differentiaalvergelijking van Poisson genoemd.

2. Is nu ook nog q , de bronterm nul, dan ontstaat:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

Dit is de vergelijking van Laplace, en hij lijkt sterk op de hiervoor genoemde. Hij is toepasbaar in de meeste stationaire gevallen waar in een ééndimensionale vereenvoudiging mogelijk is.

In instationaire (en dus tijdsveranderlijke) gevallen, waarbij er geen medium stroming en geen warmte productie plaatsvindt, houden we het volgende van de algemene vergelijking over:

$$\rho c_p \frac{dT}{dt} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

of

$$\frac{dT}{dt} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

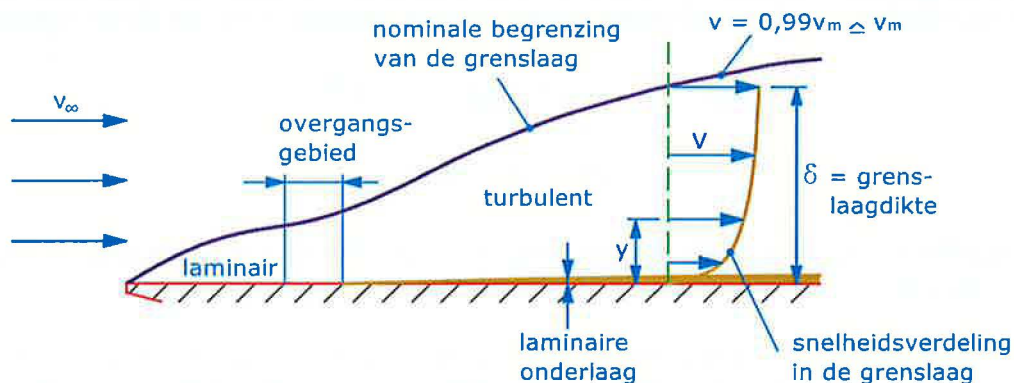
Dit wordt de warmtediffusie vergelijking van Fourier genoemd, waarbij a de warmtediffusiecoëfficiënt is ($a = \lambda/\rho c$). Deze vergelijking is op de meeste instationaire gevallen bij benadering toepasbaar. We komen hierop terug in hoofdstuk 1 en 2 van het vak A3, wanneer deze vergelijking wordt gebruikt om eenvoudige formules af te leiden.

1.3 Grenslagen

Wanneer een medium (vloeistof of gas) langs een wand stroomt, onafhankelijk of de stroming laminair of turbulent is, zullen de mediumdeeltjes in de nabijheid van de wand tengevolge van viskeuze krachten worden vertraagd. De mediumdeeltjes tegen de wand blijven daaraan kleven en hebben daardoor geen snelheid. De volgende deeltjes worden door de stilstaande deeltjes vertraagd. Dit effect, veroorzaakt door de viskeuze krachten, zal zich tot op grotere afstand van de wand voortzetten totdat de vloeistof dezelfde snelheid zal hebben als die van de ongestoorde stroming. De vloeistoflaag waarin dit veranderlijke snelheidsprofiel optreedt, noemen we de grenslaag. Het begrip grenslaag is geïntroduceerd door Prandtl.

Bij een laminaire stroming bewegen de vloeistofdeeltjes in lagen. Warmtetransport loodrecht op de stromingsrichting vindt in dit geval plaats door warmtegeleiding tussen de mediumlagen.

Bij een turbulente stroming vindt warmte-uitwisseling in het turbulente gebied plaats door het mengen van warme en koude deeltjes die in de stroming wervelen. Echter, in de laminaire grenslaag wordt de warmte door middel van geleiding in het medium overgedragen. Een toename van de turbulentie heeft een betere warmteoverdracht tot gevolg.



Figuur 1.1 Grenslaag op een vlakke plaat (y -schaal zwaar overdreven)

De warmteoverdracht tussen een wand en een stromend medium is dus een combinatie van warmtegeleiding en warmteoverdracht ten gevolge van massatransport. De warmte die op deze wijze wordt overgedragen noemen we convectie. Hiervoor geldt de volgende formule:

$$Q = \alpha A (T_m - T_w)$$

In deze formule is:

Q	= de overgedragen warmte	[W]
α	= warmteoverdrachtscoëfficiënt	[W/(m ² K)]
A	= warmtewisselend oppervlak	[m ²]
T_m	= medium temperatuur	[K]
T_w	= wandtemperatuur	[K]

1.4 Dimensieloze kengetallen

Het zal de lezer duidelijk zijn geworden dat de warmteoverdrachtscoëfficiënt α een complexe functie is van de stroming en de fysische eigenschappen van het stromende medium. Het (exact) mathematisch beschrijven van de stroming en de bijbehorende warmteoverdracht is dan ook een nagenoeg onmogelijke zaak.

In de warmtetechniek wordt echter veelvuldig gebruik gemaakt van dimensieloze kengetallen. Met deze kengetallen is het mogelijk algemeen bruikbare formules op te stellen waarmee α te berekenen is. De kengetallen zijn genoemd naar personen die op dit terrein hun sporen hebben verdiend:

$$Nu = \frac{\alpha D}{\lambda} \quad \text{Getal van Nusselt}$$

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta} \quad \text{Getal van Reynolds}$$

$$Pr = \frac{\eta c_p}{\lambda} \quad \text{Getal van Prandtl}$$

In de bovenstaande formules is:

v	= netto snelheid van het medium	[m/s]
D	= Karakteristieke lengte-eenheid	[m]
α	= warmteoverdrachtscoëfficiënt	[W/(m²K)]
ρ	= dichtheid medium	[kg/m³]
η	= dynamische viscositeit medium	[Ns/m²] of [Pa.s]
c_p	= soortelijke warmte bij constante druk	[J/(kg.K)]
λ	= warmtegeleidingcoëfficiënt medium	[W/(m.K)]

De dimensieloze kengetallen hebben een fysische betekenis, zo is het getal van Reynolds de verhouding tussen de visceuze krachten en de traagheidskrachten van het medium. Voor het stromingsprofiel geldt:

Laminair Overgang Turbulent

$$<----- 2300 < Re < 10000 ----->$$

Het getal van Nusselt is de verhouding tussen de warmteoverdracht door geleiding en door convectie (mengen) in het medium.

Het getal van Prandtl is de verhouding tussen de snelheid waarmee turbulentie wordt gedempt (glad gestreken) en de snelheid waarmee temperatuur verschillen worden uitgevlakt (gedempt). Het getal van Prandtl is in feite een stofconstante, die ook als volgt is te schrijven:

$$Pr = \frac{\eta c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a} \quad a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$$

In de bovenstaande formule is:

$$\nu = \text{kinematische viscositeit} \quad [\text{m}^2/\text{s}] \quad \nu = \eta / \rho$$

$$a = \text{temperatuurvereffeningscoëfficiënt} \quad [\text{m}^2/\text{s}]$$

De formules ter bepaling van de warmteoverdrachtscoëfficiënt α die in de volgende hoofdstukken zijn opgenomen zijn alle het resultaat van diepgaand theoretisch onderzoek en gefit door middel van experimenten.

1.5. Kengetallen en hun betekenis

In het algemeen zijn de volgende kengetallen van belang:

* Nu (Nusselt) :

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda} = \frac{\alpha}{\lambda/d} \cdot \frac{A \Delta T}{A \Delta T} = \frac{\text{totale warmtestroom}}{\text{warmtestroom agv geleiding}}$$

Nu wordt in gezet om vanuit de (bekende) geleiding λ de α -waarde uit te rekenen: $\alpha = Nu * \lambda / d$.

* Bi(Biot) :

$$Bi = \frac{\alpha d}{\lambda} = \frac{d/\lambda}{1/\alpha} = \frac{\text{inwendige warmteweerstand}}{\text{uitwendige warmteweerstand}}$$

↳ verkld vooral waar je wat moet veranderen aan buitenzijde of aan binnenzijde.

Bi wordt berekend om de verhouding tussen beide warmteweerstanden te bepalen.

* Re(Reynolds) :

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta} = \frac{\rho v d \left(\frac{A}{v}\right)}{\eta A \frac{a}{v}} = \frac{\rho A d \cdot a}{\eta A \partial v / \partial x} = \frac{\text{traagheids krachten}}{\text{visceuze krachten}}$$

$m/s^2 = \text{versnelling}$

Bij grote Re is de traagheid van de beweging van belang in verhouding tot de stroperigheid.

* Pr(Prandtl) :

$$Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\text{hydrodynamische grenslaag dikte}}{\text{thermische grenslaag dikte}}$$

Geeft de verhouding aan van de diffusie snelheid (dus dikte van de grenslaag) voor impuls en warmte.

* Fo(Fourier) :

$$Fo = \frac{at}{d^2} = \frac{t}{d^2 / a} = \frac{\text{procestijd}}{\text{karakteristieke tijd}}, \frac{d^2}{a} = \frac{\rho c d^3 l \Delta T}{\lambda d l \Delta T} = \frac{\text{energie tbv opwarming}[J]}{\text{geleidings warmte}[J/s]}$$

Fo geeft de verhouding van de echte met de karakteristieke tijd aan van het proces.

Specifiek voor stofoverdracht zijn de volgende kengetallen van belang:

* Sc(Schmidt) :

$$Sc = \frac{\nu}{D} = \frac{\text{hydrodynamische grenslaag}}{\text{stofoverdracht grenslaag}} \quad D = \mathbb{D} = \text{diffusie coëfficiënt}$$

Dit kengetal is analoog aan Pr. De thermische grenslaagdikte is vervangen door de stofoverdracht.

* Sh(Sherwood) :

$$Sh = \frac{kd}{D} = \frac{k \Delta C}{D / d \Delta C} = \frac{\text{totale stofoverdracht}}{\text{stofoverdracht door diffusie}}$$

Sherwood is vergelijkbaar in zijn toepassing met Nu. Zoals Nu de α -waarde geeft, geeft Sh de k-waarde, de stofoverdrachtscoëfficiënt.

* Gr(Grashof) :

$$Gr = \frac{g l^3 \beta \Delta T}{\nu^2}$$

9.81 $\beta = \text{uitzettings coëff}$

Grashof wordt gebruikt bij vrije stroming van bijvoorbeeld lucht rondom een CV verwarmingsplaat, en is gebaseerd op de opwaartse kracht veroorzaakt door dichtheidsverlaging tijdens opwarming ten opzichte van de visceuze krachten.

1.6. Analogie in transportwetten

a. Elektrische stroom

Bijzonder bekend is de volgende relatie tussen de aangelegde spanning en de resulterende stroomsterkte:

$$R = \frac{V}{I} (\text{Wet van Ohm})$$

of afgeleid hiervan voor de stroom in een draad met doorsnede A , lengte d en spanningsverschil ΔV :

$$I = \frac{1}{\rho} \frac{A}{d} \Delta V$$

waarbij ρ de soortelijke weerstand [Ωm] is ($R = \Omega \cdot d / A$). De vergelijking is ook in differentiële vorm te schrijven met behulp van de stroomdichtheid $i (= I / A)$:

$$i = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x}$$

b. Warmte stroom

Voor de warmtestroom in één richting geldt het volgende:

$$\dot{Q} = \lambda \frac{A}{d} \Delta T \text{ (Wet van Fourier)}$$

Ook komt de differentiële vorm veel voor, hier in één richting met de warmtestroomdichtheid $q (= \dot{Q} / A)$:

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \text{ (vergelijking van Newton)}$$

c. Massa stroom

$$m = \frac{D}{d} A \Delta \rho$$

D = diffusie coëfficiënt = m²/s

Hierin is D [m^2/s] de stof diffusiecoëfficiënt en ρ de massa concentratie [kg/m^3]. De massa stroomdichtheid $\Phi (= \dot{m} / A)$ wordt vaak in differentiële vorm als volgt geschreven:

$$\Phi = -D \frac{\partial \rho}{\partial x} \text{ (Wet van Fick)}$$

d. Impulsstroom

Hierbij is de impulsstroom ϕ van belang, wat een rol speelt in wrijving tussen gasen en vloeistoffen etc. Er geldt:

$$\phi = \eta \frac{A}{d} \Delta v$$

waarin η de dynamische viscositeit is. Ook in differentiële vorm wordt deze vergelijking geschreven m.b.v. de schuifspanning $\tau (= \phi / A)$:

$$\tau = -\eta \frac{\partial v}{\partial x}$$

e. Conclusie

Als algemene conclusie van bovenstaande transportwetten geldt dat elke 'stroom' (of het nu elektrisch, warmte, stof of impuls is) evenredig is met een 'potentiaal'-verschil (spanning, temperatuur, concentratie of snelheid)

Voor de koude techniek is vooral van belang dat warmtetransport (koude) qua berekening gelijkvormig is aan stof transport (b.v. water/vocht stroom bij isolatie lagen en tijdens koeling van producten).

1.7. Thermisch vermogen van warmtewisselaars

Bij berekening van een warmtewisselaar gelden voor het vermogen drie formules, welke in grootte gelijk moeten zijn. We nemen aan dat er 2 vloeistoffen (1 en 2) een rol spelen:

THERMISCH VERMOGEN [P] VAN WARMTEWISSELAARS		
omschrijving		formule
Vloeistof 1		$P_1 = c_{p,1} \dot{m}_1 \Delta T_1$
Vloeistof 2		$P_2 = c_{p,2} \dot{m}_2 \Delta T_2$
Warmte overdracht		$P = FKA\Delta T_{\ln}$

De factor F is de zgn. tegenstroom-factor; deze is 1 voor tegenstroom en lager voor elke combinatie van tegen- en meestroom. Het *logaritmisch* temperatuurverschil is gedefinieerd als:

$$\Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_L - \Delta T_0}{\ln\left(\frac{\Delta T_L}{\Delta T_0}\right)}$$

waarin de indices 0 en L staan voor de fysieke zijde van de warmtewisselaar: aan de ene zijde $x=0$ en aan de andere $x=L$. De formule is zowel voor tegen- als meestroom geldig.

Voor de waarden die F kan aannemen wordt verwezen naar de literatuur (VDI, Fysische Transportverschijnselen I blz. 114).

1.8. Stromingsweerstand in een pijp

Algemeen wordt de weerstand van stroming bepaald uit het Moody-diagram (zie hieronder). We maken gebruik van de volgende formule:

$$\Delta p = F(Re) \cdot \frac{L}{D_h} \cdot \frac{1}{2} \rho v^2$$

We zien een *frictiefactor* $F(Re)$, een geometrische factor van de pijp (lengte/(hydraulische doorsnede) en de dynamische druk van de vloeistof ($\frac{1}{2} \rho v^2$).

Allereerst moet volgens § 1.3 Re uitgerekend worden, en moet het stromingstype worden bepaald:

laminair: $0 < Re < 4000$

turbulent: $Re > 2100$

In het overgangsgebied is de stroming onbepaald.

Voor de frictiefactoren geldt:

laminair: $F(Re) = 64/Re$ (Hagen-Poiseuille).

turbulent (gladde pijp): $F(Re) = 0,316/Re^{1/4}$ (Blasius; $Re = 4000 - 100.000$)

Voor andere pijp-ruwheden wordt gerekend met een relatieve wandruwheid ε/d , welke in het Moody diagram bij de juiste Re de juiste frictiefactor geeft. In het algemeen kan ter indicatie de volgende waarden worden genomen:

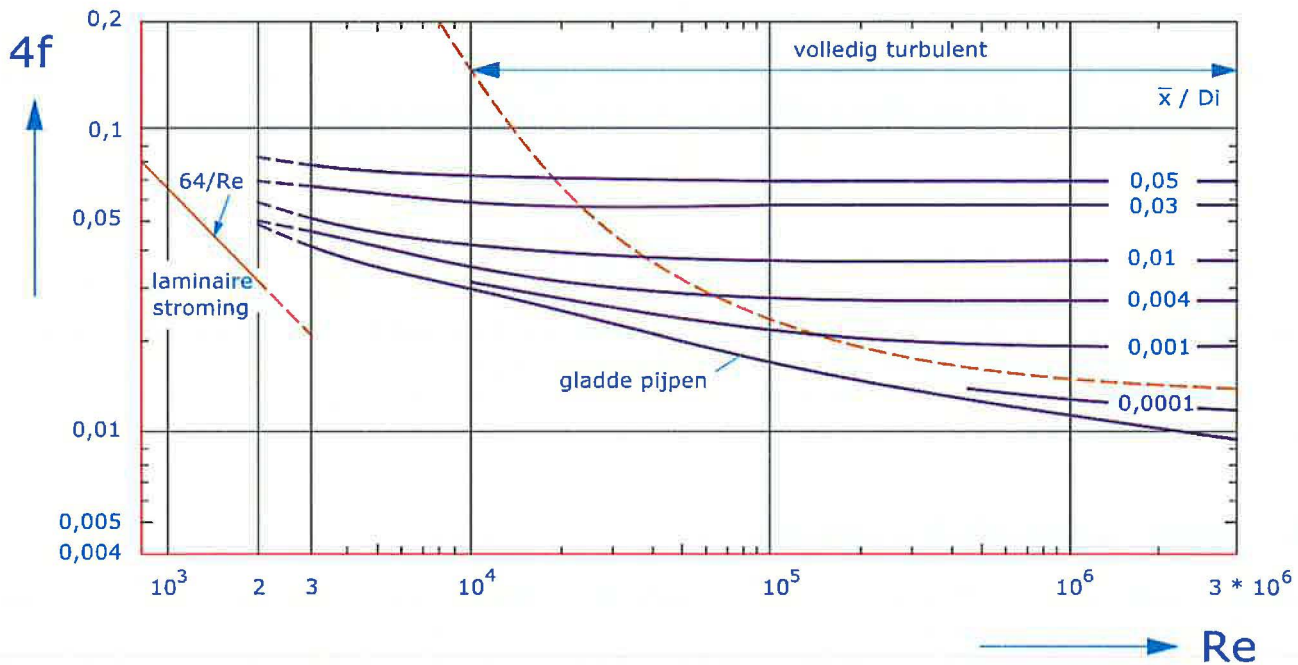
Beton	: $\varepsilon = 1000 \mu m$
Gegalvaniseerd ijzer	: $\varepsilon = 200 \mu m$
Staal	: $\varepsilon = 50 \mu m$
Getrokken pijp	: $\varepsilon = 2 \mu m$

Een waarschuwing geldt voor de juiste definitie van de frictiefactor. In het Moody diagram kunnen verschillende factoren voorkomen: $f/2 (=F(Re)/8)$ en $4f (= F(Re))$ zijn veel voorkomende parameters.

In deze vergelijkingen is f de Fanning friction factor en $4f$ de Darcy friction factor.

Voor appendages (kleppen etc.) wordt $F(Re) \cdot (L/D)$ samen genomen tot een ζ -waarde (spreek uit zèta), welke zijn getabelleerd en natuurlijk door de fabrikanten worden opgegeven.

Om het gebruik te vereenvoudigen zijn voor veel voorkomende pijp en kanaalsoorten de leiding weerstanden in tabellen en grafieken weergegeven (bv. TVVL Handboek), waarbij men snel tot een bepaalde weerstand/meter uitkomt. Tegenwoordig is dit veelal in computerprogramma's opgenomen (bv. VABI) en zijn zelfs pijp- en kanaal berekeningen geïntegreerd in bouwkundige CAD programmatuur



Figuur1.1 Het Moody diagram

let op frictiefactor

meestal gebruik gemaakt van Reynolds

Fanning = $\frac{1}{4}$ Reynolds of

T

Hoofdstuk 2 GEDWONGEN CONVECTIE IN PIJPEN

In dit hoofdstuk worden een aantal formules gepresenteerd waarmee de warmteoverdrachtscoëfficiënt α is te berekenen bij stroming door pijpen.

Bij stroming in pijpen moet voor de karakteristieke lengte-eenheid de inwendige diameter van de pijp worden ingevuld. Voor niet cirkelvormige doorsneden moet de hydraulische diameter worden ingevuld, zie de volgende paragraaf.

Volgens de klassieke methode geldt voor het getal van Nusselt de volgende relatie:

$$Nu = C \text{ Re}^m \text{ Pr}^n \left(\frac{d}{L} \right)^p$$

In de bovenstaande formule is L de lengte van de pijp.

2.1. De Hydraulische Diameter

VDI-Wärmeatlas blad Gb5

Het komt wel eens voor dat de pijpen waardoor de media stromen niet cirkelvormig zijn. De formules die in de volgende paragrafen worden gepresenteerd zijn ook voor niet cirkelvormige pijpen bruikbaar indien in plaats van de diameter d de hydraulische diameter d_h wordt ingevuld.

De hydraulische diameter is als volgt gedefinieerd:

$$d_h = \frac{4 \cdot \text{doorstroomde oppervlak}}{\text{bevochtigde omtrek}} = \frac{4 A}{O}$$

Controleer dat voor een cirkelvormige pijp geldt: $d_h = d$. Voor een vierkante pijp van $a \times a$ geldt: $d_h = a$.

2.2. Warmteoverdracht bij laminaire stroming

VDI-Wärmeatlas blad Gb1

De stroming is laminair indien $\text{Re} < 2300$.

Volgens de klassieke methode geldt voor lange buizen (en dit is een minimum voor Nu):

$$Nu = 3,66$$

Voor kortere lengtes geldt (voor zover het resultaat in Nu groter dan 3,66 is):

$$Nu = 1,61 \left[\text{Re} \cdot \text{Pr} \cdot \frac{d}{L} \right]^{1/3}$$

Voor heel korte buislengtes ($L/d < 10$):

$$Nu = 0,644 \text{ Pr}^{1/3} \left[\text{Re} \frac{d}{L} \right]^{1/2}$$

(Plaats: $\text{Re} = \text{Re}_d$, 0,644 vervangen door 6,64. Zie Gröber pag. 205)

In de eerste formule geldt $\text{Re} \cdot \text{Pr} = \text{Pe}$ [Peclet] $= \rho \cdot v \cdot d \cdot c / \lambda$. De warmteoverdracht is volgens deze formule onafhankelijk van de viscositeit η .

Voor gedwongen laminaire stroming is de formule van **Nusselt-Graetz** bruikbaar:

$$Nu_0 = \left[49 + \left(4,2 + \sqrt{\frac{2 \text{ Pe} \frac{d}{L}}{1 + 22 \text{ Pr}}} \right) \text{ Pe} \frac{d}{L} \right]^{1/3}$$

Het subscript 0 van Nu duidt aan dat het om de bulkeigenschappen gaat.
Een andere bruikbare formule is de formule volgens **Hausen**:

$$Nu_0 = \left[3,65 + \frac{0,19 \left(Re Pr \frac{d}{L} \right)^{0,8}}{1 + 0,117 \left(Re Pr \frac{d}{L} \right)^{0,467}} \right]$$

De voorgaande vergelijking is volgens **Schlünder** met slechts zeer geringe afwijking te vereenvoudigen tot:

↳ werkt voor de meeste gevallen → meest gebruikt.

$$Nu_0 = \sqrt[3]{3,66^3 + 1,61^3 Re Pr \frac{d}{L}} \rightarrow \text{gelekt voor hoofdstroom}$$

In deze formules zijn de getallen 3,65 en 3,66 de grenswaarden als de lengte L van de pijp oneindig groot wordt. Het getal 3,65 is de waarde die vroeger werd gehanteerd, Door Stephan is de nieuwe grenswaarde 3,66 aangegeven.

Als de snelheid van het medium $v = 0$ dus ook $Re = 0$ dan geldt voor Nusselt: $Nu = 3,66$.

Voor de bepaling van de fysische eigenschappen van het medium (ρ , η , λ , c_p) mag de gemiddeld bulktemperatuur genomen worden. Deze is het rekenkundig gemiddelde van de intree- en uittrede-temperatuur.

$$\bar{T} = \frac{T_{in} + T_{uit}}{2}$$

Indien grote temperatuurverschillen tussen in- en uittrede optreden kunnen ook verschillen optreden in de fysische eigenschappen van de vloeistof, met name de viscositeit η is zeer sterk temperatuur afhankelijk. Deze temperatuursinvloed kan in rekening gebracht worden met:

$$Nu = Nu_0 \left(\frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,11}$$

Hierin is:

Pr = het getal van Prandtl bij de gemiddelde bulktemperatuur van de vloeistof

Pr_w = het getal van Prandtl bij de gemiddelde wandtemperatuur van de vloeistof

2.3. Warmteoverdracht bij turbulente stroming

VDI-Wärmeatlas blad Gb3, Lb3

Volgens de klassieke methode geldt bij turbulente stroming in de Nusselt-correlatie:

$$Nu = C Re^m Pr^n \left(\frac{d}{L} \right)^p$$

VERSCHILLEN IN FACTOREN					
Relatie	C	n	H/C*	M	P
Colburn	0,023	1/3	H + C	0,8	0
Sieder & Tate	$0,027 \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0,14}$	1/3	H + C	0,8	0
Dittus – Boelter	0,0243	0,4	H	0,8	0
	0,0265	0,3	C	0,8	0
Reynolds	0,0395	0	-	0,75	0

* H = verwarming, C = koeling van de fluidum stroom

Tabel 2.1

In het algemeen geldt:

- de exponent $m \approx 0,8$;
- de exponent $n \approx 0,3$ (koeling) à $0,4$ (verwarming);
- de exponent $p \approx 0,05$ (speelt dus bijna geen rol);
- de constante $C \approx 0,023$ à $0,028$.

Veel gebruikt is de relatie van Dittus-Boelter met $C = 0,024$ met $0,3$ en $0,4$ voor respectievelijk koeling en verwarming.

Een betere formule is de veel gebruikte formule **Gnielinski**:

$$Nu_0 = \xi/8 \frac{(Re - 1000) Pr}{1 + 12,7 \sqrt{\xi/8} (Pr^{2/3} - 1)} \left[1 + \left(\frac{d}{L}\right)^{2/3} \right] \rightarrow \text{algemeen standaard.}$$

Met ξ is de drukverlies factor:

$$\xi = (1,82 \log_{10} Re - 1,64)^{-2} \quad (\text{Filonenko}) \quad \text{buisstroom}$$

$$\xi = 0,037 Re^{-0,2} (Re < 10^7, Gal) \quad (\text{Plaat})$$

frictie

De formule van Gnielinski is geldig voor $2300 < Re < 10^6$.

In de formule van Gnielinski is ook weer een correctie toe te passen indien de temperatuurverschillen erg groot zijn:

$$\text{vloeistoffen: } Nu = Nu_0 \left(\frac{Pr}{Pr_w} \right)^{0,11}$$

$$\text{gassen: } Nu = Nu_0 \left(\frac{T}{T_w} \right)^{0,45}$$

$$CO_2 : Nu = Nu_0 \left(\frac{T}{T_w} \right)^{0,12} \quad (\text{gas/vloeistof})$$

Het voordeel van de formule van Gnielinski is dat deze niet uitgaat van volledig ontwikkelde turbulente stroming. In korte pijpen of aan het begin van lange pijpen is de stroming nog niet volledig turbulent, in deze formule is dit in rekening gebracht.

2.4. De invloed van bochten

VDI-Wärmeatlas blad Gc1, Gc2

Bij de stroming van een medium door een bocht treden centrifugaal krachten op die een secundaire stroming doen ontstaan. Ten gevolge van de secundaire stroming ontstaat een toename van de warmteoverdracht ten opzichte van rechte pijpen. De secundaire stroming leidt eveneens tot een drukverlies.

De toename van de warmteoverdracht hangt af van de krommingverhouding d/D . De overgang van laminaire naar turbulente stroming wordt niet meer door $Re=2300$ maar door Re_{crit} gegeven.

$$Re_{crit} = 2300 \left[1 + 8,6 \left(\frac{d}{D} \right)^{0,45} \right]$$

Ook de frictie coëfficiënt is van d/D afhankelijk. Voor turbulente stromingen ($Re > 22000$) wordt dit:

$$F(Re) = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} + 0,03 \left(\frac{d}{D} \right)^{0,5}$$

De warmte overdracht kan voor $Re > 22000$ gewoon volgens Gnielinski worden berekend. Reken qua lengte van de buis met de met uitgerolde lengte.

Voor laminaire stroming ($Re < Re_{crit}$) of overgangs-stroming ($Re_{crit} < Re < 22000$) wordt verwezen naar de VDI Wärme Atlas.

2.5. Turbulente stroming door ringvormige kanalen (concentric annuli)

VDI-Wärmeatlas blad Gd1, Gd2

De formule van Gnielinski is met een correctie ook te gebruiken voor het berekenen van de warmteoverdrachtscoëfficiënt α bij turbulente stroming in ringvormige kanalen gevormd door twee concentrische pijpen. Voor de diameter d moet dan de hydraulische diameter worden ingevuld:

$$d_h = D - d \rightarrow \text{binnen dia met } f_u$$

Hierin is: d = uitwendige diameter binnenpijp f_u
 D = inwendige diameter buitenpijp $f_{u, \text{buiten dia met}}$

Voor de correctiefactor f geldt:

$$f = \frac{Nu_{\text{ringvormig kanaal}}}{Nu_{\text{pijp}}}$$

Er zijn 3 gevallen te onderscheiden die in de onderstaande figuur zijn geschetst.

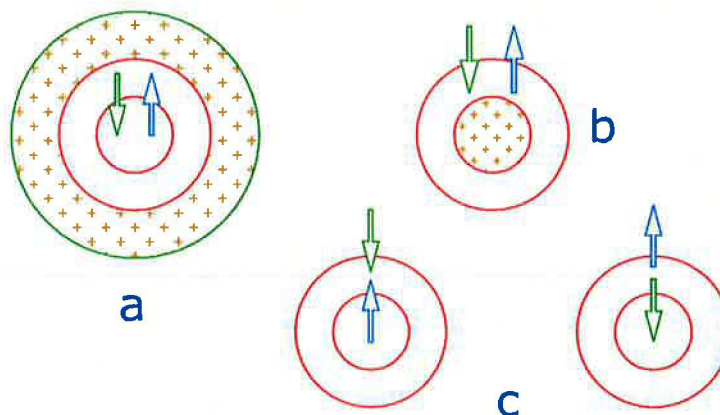


Fig. 2,1 Situaties met turbulente stroming in ringvormige kanalen

A: Warmteoverdracht via de binnenpijp, buitenpijp geïsoleerd:

$$f = 0,86 \left(\frac{d}{D} \right)^{-0,16}$$

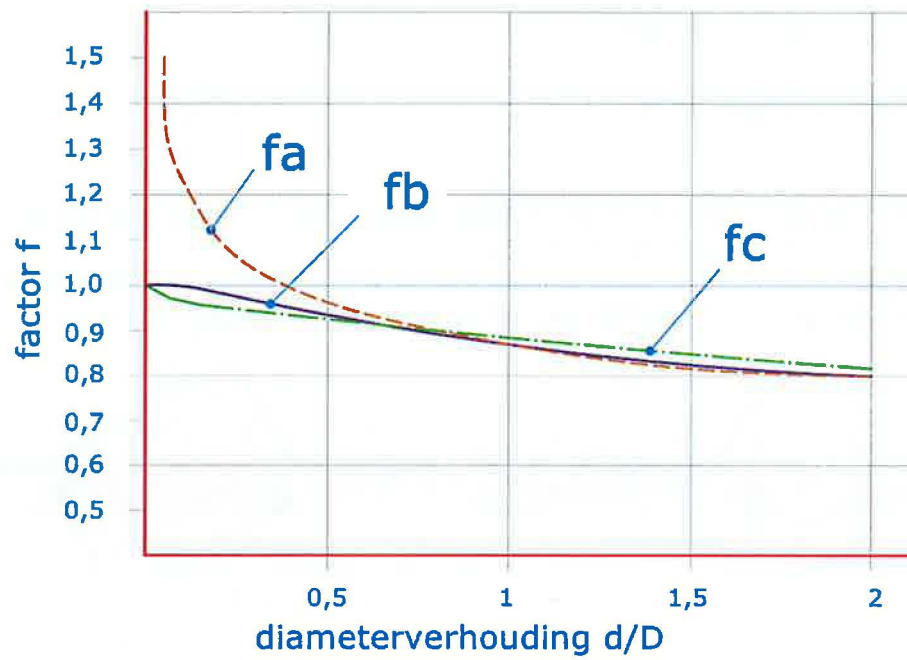
B: Warmteoverdracht via de buitenpijp, binnenpijp geïsoleerd:

$$f = 1 - 0,14 \left(\frac{d}{D} \right)^{0,6}$$

C: Warmteoverdracht via beide pijpen:

$$f = \frac{0,86 (d/D)^{0,84} + [1 - 0,14 (d/D)^{0,6}]}{1 + (d/D)}$$

Hieronder worden de factoren "f" voor de gevallen A,B en C als functie van "d/D" weergegeven



Grafiek 2.1 Factoren f als functie van d/D

Hoofdstuk 3 DWARSSTROMING OM LICHAMEN

3.1. Dwars aangestroomde buis

VDI-Wärmeatlas blad Ge1

α = warmte overdracht

Voor de karakteristieke lengte bij dwars aangestroomde pijpen, draden en andere profielvormen geldt voor de karakteristieke lengte de zogenaamde "omstroomde lengte".

De omstroomde lengte l is de afstand die een mediumdeeltje over het warmte-uitwisselende oppervlak af kan leggen. Voor een pijp geldt $l = \frac{1}{2}$ omtrek, zie ook de figuur op de volgende pagina.

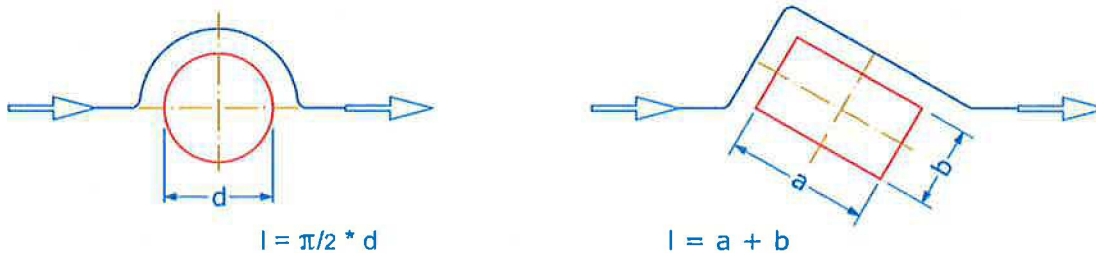


Fig. 3.1 Schets van de omstroomde lengte

Voor de berekening van het getal van Nusselt geldt:

$$Nu_{l,0} = 0,3 + \sqrt{Nu_{l,Lam}^2 + Nu_{l,turb}^2} \quad \left[d_h = \frac{l}{2} \text{ (O = omtrek)} \right]$$

$$Nu_{l,lam} = 0,664 Re^{\frac{1}{2}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}}$$

$$Nu_{l,turb} = \frac{0,037 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr}{1 + 2,443 \cdot Re^{-0,1} \cdot [Pr^{2/3} - 1]}$$

Dwars aangestroomde cilinders bezitten een eindige lengte l . Hierdoor zal, ook al is het medium in rust, er toch een minimale warmtestroom ontstaan. De waarde van het Nusselt-getal gaat dan naar een minimale waarde $Nu_{min} \approx 0,3$.

3.2. Dwars aangestroomde pijpenbundel

VDI-Wärmeatlas blad Gf1

Het gemiddelde getal van Nusselt van een dwars aangestroomde pijpenbundel kan uit het Nusselt getal van een enkele pijp (par. 3.1) worden berekend:

$$Nu_{0,bundel} = f_a Nu_{1,0}$$

De contractiefactor ψ en de verdelingsfactor f_a zijn van de dwarsverdeling $a = s_1/d_a$ en van de langsverdeling $b = s_2/d_a$ afhankelijk, zie onderstaande figuur.

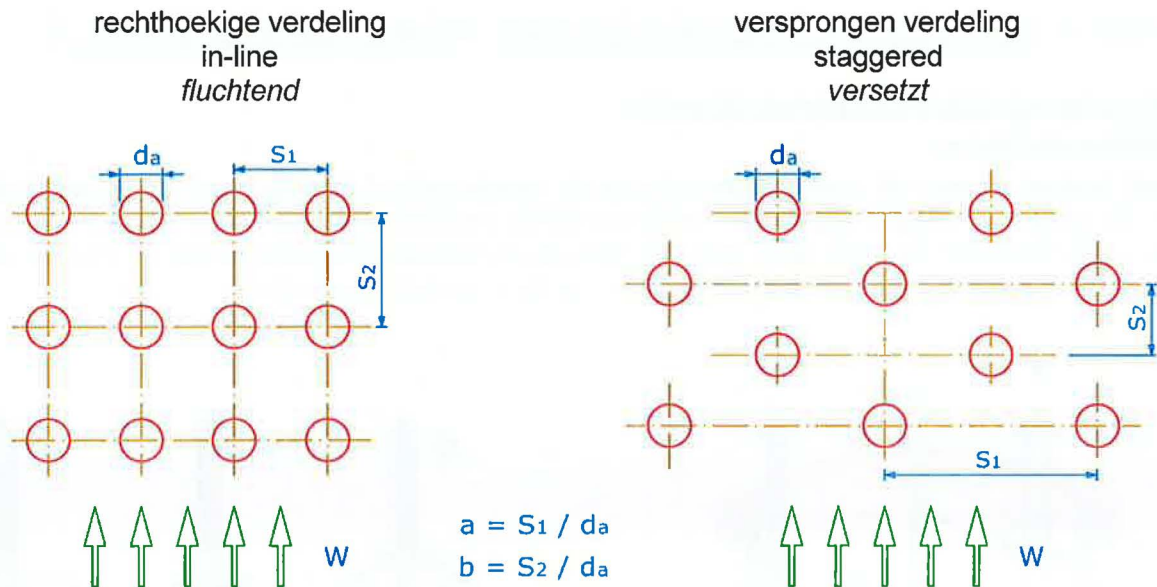


Fig. 3.2 Dwars- en langsverdeling van pijpenbundels

Voor de contractiefactor geldt:

$$\psi = 1 - \frac{\pi}{4a} \quad \text{voor } b \geq 1 \quad (s_2 > d_a)$$

$$\psi = 1 - \frac{\pi}{4ab} \quad \text{voor } b < 1 \quad (s_2 < d_a)$$

psi

De 2e vergelijking geldt voor een kleine verticale pijpsteek s_2 , waarbij elke volgende rij de vorige beïnvloedt.

Voor het getal van Reynolds geldt:

$$Re = \frac{\rho v L}{\psi \eta}, \quad L = \frac{1}{2} \cdot O$$

*halve omtrek → kan niet rond
bovenlangs als onderlangs*

Voor de verdelingsfactor geldt voor de rechthoekige verdeling:

$$f_{afl} = 1 + \frac{0,7}{\psi^{1,5}} \frac{(b/a - 0,3)}{(b/a + 0,7)^2}$$

fluchtend

Voor de versprongen verdeling geldt:

$$f_{avers} = 1 + \frac{2}{3b}$$

versetzt

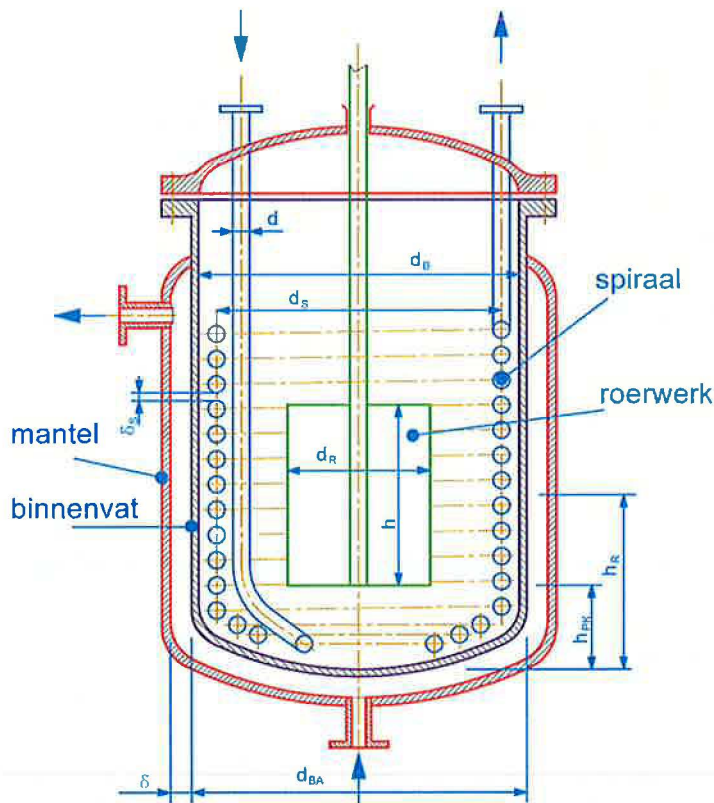
De in deze paragraaf gepresenteerde formule zijn ook toe te passen voor een rij producten in een koelluchtstroom. Zo is blad Gh1 eveneens toepasbaar om van een stapel producten, doorstroomd met koellucht de warmteoverdrachtscoëfficiënt α te berekenen.

Hoofdstuk 4 BIJZONDERE GEVALLEN VAN WARMTEOVERDRACHT

4.1. Warmteoverdracht in geroerde vaten

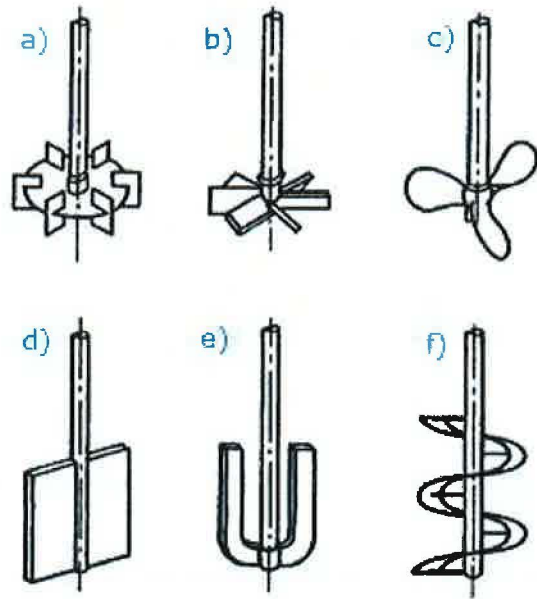
VDI-Wärmeatlas blad Ma1 e.v.

Een roervat bestaat uit een vat, een roerder en voor de verwarming of koeling wordt een mantel gebruikt, zie fig 4.1. Bij gelijke geometrie neemt het manteloppervlak met het kwadraat en de inhoud met de derde macht van het vatdiameter toe. Om deze reden is het warmte wisselend oppervlak van de mantel vaak niet toereikend. In zo'n geval kan een verwarmings- of koelspiraal worden gemonteerd.



d_R = diameter roerwerk, d_B = diameter binnenwerk

Fig. 4.1 Roervat met mantel en spiraal



De onderstaande formule geldt voor een bladroerder:

- met 6 bladen
- de verhouding roerder/manteldiameter $d_R/d_B = 1/3$
- geen stroomonderbrekers
- schoephoek = γ (gamma)

$$Nu = 0,53 Re^{2/3} Pr^{1/3} (\eta_f / \eta_w)^{0,14} (\sin \gamma)^{0,5}$$

η_f = vloeistof / bulk.
 η_w = wand.

Voor een vat met stroombrekers (baffles) bedraagt de coëfficiënt 0,66 in plaats van 0,53.

Voor het getal van Reynolds geldt: $Re = \frac{\rho n d_r^2}{\eta}$ toerental $n = \left[\frac{1}{s} \right]$ d_r = roerder diameter

Voor een propeller met 3 schoepen onder hoek γ geldt: $Nu = 0,505 Re^{2/3} Pr^{1/3} (\eta_f / \eta_w)^{0,14} \psi_p$

Hierin is ψ (het roerder kengetal) een functie van het aantal bladen Z en de spoed-diameterverhouding S/d_R . Ψ kan worden berekend door de volgende formule:

$$\Psi = \frac{e^{0,344Z - 0,0144Z}}{1 + \frac{0,278 \exp [0,0469 \exp (0,923 Z)]}{S/d_r}}$$

Handwritten note: $0,344Z - 0,0144Z$ is written as $0,344Z$ with a correction arrow.

4.2. Een vallende vloeistoffilm op een verticale wand

VDI-Wärmeatlas blad Md1 e.v.

Handwritten note: $\rightarrow$ wordt wel eens gebruikt in boel techniek.

Apparaten waarbij een vloeistoffilm onder invloed van de zwaartekracht over een verticale wand stroomt (bijv. bundel verticale pijpen) worden veelvuldig toegepast. In de volgende uiteenzetting wordt de warmteoverdracht beschouwd die bij verwarming of afkoeling en bij het verdampen van een vloeistoffilm optreedt.

Voor de dimensieloze kengetallen geldt: $Nu = \frac{\alpha d}{\lambda}$ $d = \left[\frac{\eta^2}{\rho^2 g} \right]^{1/3} [m]$

$$Re = \frac{\dot{m}}{\eta} \quad \dot{m} = [kg/(m.s)]$$

Voor de filmdikte geldt volgens de theorie van Nusselt:

$$Re < 400$$

$$s = 1,442.d.Re^{1/3}$$

$$Re > 400$$

$$s = 0,436.d.Re^{8/15}$$

Handwritten note: $\rightarrow$ film dikte $\rightarrow$ wordt verder niet gebruikt in formule

In het geval van een laminaire film geldt voor het getal van Nusselt: $Nu = 1,3 Re^{1/3} \quad Re < 400$

Voor het overgangsgebied geldt: $Nu = 0,0425 Re^{1/5} Pr^{0,344} \quad [Re > 400 \quad Re Pr < 1000]$

En voor de turbulente film geldt: $Nu = 0,0136 Re^{2/5} Pr^{0,344} \quad [Re > 400, Re Pr > 1000]$

Hoofdstuk 5 WARMTEOVERDRACHT BIJ VRIJE CONVECTIE

5.1. Grondslagen

VDI-Wärmeatlas Fa1

Straling door temperatuur verschil (zonder hulp)

Bij natuurlijke of vrije convection ontstaat de voor warmteoverdracht noodzakelijke stroming uit dichtheidsverschillen van het medium. Het behoeft natuurlijk geen betoog dat de dichtheidsverschillen worden veroorzaakt door temperatuurverschillen.

Uit dimensieanalyse volgt dat de warmteoverdracht in vrije stromingen beschreven kan worden door vergelijkingen van de volgende vorm:

$$Nu = f(Gr, Pr) \quad Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$$

Grashof in Prandtl's

Voor het getal van Grashof geldt:

$$Gr = \frac{g l^3}{\nu^2} \frac{\rho_\infty - \rho_0}{\rho_\infty}$$

altijd positief

In de bovenstaande formules is:

G = versnelling van de zwaartekracht

ν = kinematische viscositeit = $\frac{\eta}{\rho}$

ρ_∞ = dichtheid van het medium ver van de grenslaag

ρ_0 = dichtheid van het medium bij het oppervlak

Ontstaat de stroming zuiver ten gevolge van temperatuurverschillen dan geldt:

$$\frac{\rho_\infty - \rho_0}{\rho_\infty} = \beta \Delta \vartheta \quad \Delta \vartheta = \vartheta_0 - \vartheta_\infty$$

Hierin is β = kubieke thermische uitzettingsgetal [1/K], voor gassen is $\beta = 1/T$

β = uitzettingscoëfficiënt

Hieruit volgt:

$$Gr = \frac{g l^3}{\nu^2} \beta \Delta \vartheta$$

$\vartheta = \text{temperatuur}$

De stoffeigenschaften worden bepaald bij de gemiddelde temperatuur: $\vartheta_m = \frac{1}{2}(\vartheta_0 + \vartheta_\infty)$

In de regel komt inde vergelijkingen het product $Gr \cdot Pr$ voor, dit getal wordt het Raleigh getal genoemd:

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g l^3}{\nu^2} \beta \Delta \vartheta \frac{\nu}{\alpha} = \frac{g \rho^2 L^3 c}{\eta \lambda} \beta \Delta \vartheta$$

5.2. Verticale wand of cilinder

VDI-Wärmeatlas Fa2

Voor de karakteristieke lengte moet de hoogte H [m] ingevuld worden. Voor het getal van Nusselt geldt:

$$Nu = \left(0,825 + 0,397 [Ra \cdot f_1(Pr)]^{1/6} \right)^2$$

De functie $f_1(Pr)$ bepaalt de invloed van het getal van Prandtl in het bereik van $0,001 < Pr < \infty$.

$$f_1(Pr) = \left[1 + \left(\frac{0,492}{Pr} \right)^{1/6} \right]^{-1/6}$$

ENIGE WAARDEN VAN DE FUNCTIE $f_1(Pr)$					
Pr	0,01	0,70	7	100	∞
$f_1(Pr)$	0,0168	0,345*	0,698**	0,916	1

*) lucht, **) water 20°C

Tabel 5.1

5.3. Horizontale cilinder en bol

VDI-Wärmeatlas Fa2

Cilinder

Voor de karakteristieke lengte van de horizontale cilinder moet worden ingevuld:

$$l = \text{halve omtrek} = 0,5 \cdot \pi \cdot d.$$

Voor het getal van Nusselt geldt de volgende uitdrukking:

$$Nu = \left(0,75 + 0,387 [Ra \cdot f_3(Pr)]^{1/6} \right)^2$$

Hierin is $f_3(Pr)$ ($0 < Pr < \infty$):

$$f_3(Pr) = \left[1 + \left(\frac{0,559}{Pr} \right)^{4/5} \right]^{-1/9}$$

ENIGE WAARDEN VAN DE FUNCTIE $f_3(Pr)$					
Pr	0,01	0,70	7	100	∞
$f_3(Pr)$	0,015	0,325*	0,681**	0,911	1

*) lucht, **) water 20°C

Tabel 5.2

Bol

Voor de karakteristieke lengte van de bol moet de diameter d worden ingevuld. Voor het getal van Nusselt geldt de volgende uitdrukking:

$$Nu = \left(\sqrt{2} + 0,387 [Ra f_1(Pr)]^{1/6} \right)^2$$

5.4. Verticale spleet

VDI-Wärmeatlas Fa2

Voor het getal van Nusselt in de spleet Nu_s geldt:

$$Nu_s = 0,42 Pr^{0,012} [Gr_s Pr]^{0,25} \left(\frac{H}{s} \right)^{-0,25} \quad 10^4 < Gr_s Pr < 10^7$$

$$Nu_s = 0,049 [Gr_s Pr]^{0,33} \quad 10^7 < Gr_s Pr < 10^9$$

Waarbij voor de spleet geldt: H = hoogte (m) en s = spleetbreedte (m)

Hoofdstuk 6 GELUID ALS VERSCHIJNSEL

6.1 Wat is geluid?

Geluid is een natuurkundig verschijnsel. In feite is er sprake van een trilling van de lucht. Zonder lucht (bijvoorbeeld in de ruimte) is er ook geen geluid. Absolute stilte.

Microscopisch gezien bestaat de lucht uit luchtdeeltjes. Ze bewegen kriskras door elkaar heen. Maar ze kunnen ook samenwerken, en in golven optreden zoals bijvoorbeeld de mensen in een stadion die een 'wave' doen. Een 'wave' zie je als een golf die zich voortplant langs de tribunes.

Met geluid gaat dat ook zo. Een geluidsgolf plant zich ook voort, alleen met een veel hogere snelheid dan de 'wave'. In het stadion gaat het langzaam, maar bij geluidsgolven in de lucht gaat het met de *snelheid van het geluid* (ruim 1200 km/uur of 340 m/s).

Wat is het dat zich dan zo snel voortplant? Het is de geluidsgolf; een pakketje van trillende luchtdeeltjes. Die trilling gaat heel snel: lage tonen trillen bijvoorbeeld 100 keer per seconde, en hoge tonen bijvoorbeeld 10.000 keer per seconde. Deze trilling wordt *frequentie* genoemd en uitgedrukt in Hertz (Hz).

Oefening: In welk tempo trillen de luchtdeeltjes bij het aanslaan een A op een stemvork (1000 Hz)?

Omdat geluid in zulke uiteenlopende frequenties voorkomt is het ingedeeld in *octaafbanden*. Ze lopen van 63, 125 en via verdubbelingen 250, 500, 1000, 2000 en 4000 tot 8000 Hz.

Buiten zijn snelheid en zijn frequentie heeft geluid ook nog een *golflengte*. De golflengte heeft te maken met de frequentie: hoe hoger de frequentie (de toon), hoe kleiner de golflengte. Dit zien we bijvoorbeeld terug in een orgelpijp: de lengte van de pijp is precies een kwart van de golflengte.

Voorbeeld: Een orgelpijp is 1 meter 36 lang. De toonhoogte (frequentie) is daarmee gelijk aan 340 gedeeld door vier maal de orgelpijplengte, 63 Hz (een lage toon).

Geluid plant zich in een rechte lijn voort rondom een bron. Na elke seconde is de straal van de cirkel waarin het geluid hoorbaar is 340 meter groter geworden. In de figuur is een puntvormige geluidsbron te zien die zich rondom als een cirkel uitbreidt. In de ruimte gezien breidt hij zich natuurlijk als een bol uit.

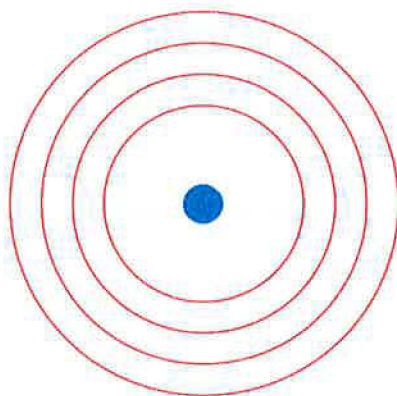


Fig. 6.1 Uitbreiding van geluid.

Conclusie: geluid is een pakket van trillende luchtdeeltjes die zich met de geluidssnelheid in als bol vanaf de bron voortplanten.

Eenheden

Zoals bekend kun je harde en zachte geluiden hebben. In het algemeen wordt dit uitgedrukt in deciBell, afgekort dB. Er zijn twee soorten:

- De **geluidsdruk**: dit is de verhouding tussen de waargenomen geluidsdruk en de nog juist hoorbare geluidsdruk. Het wordt aangegeven als L_p -waarde met eenheid dB. Merk op dat het hier gaat om de geluidsdruk op een bepaalde plaats, bijvoorbeeld 10 m vanaf de geluidsbron. Andere namen zijn: 'Sound Pressure Level' (SPL) of 'Schalldruckpegel'.
- Het **geluidsvermogen**: dit is de verhouding van de hoeveelheid geproduceerde geluidsvermogen en een vaste waarde (10^{-12} W). Dit wordt aangegeven als L_w -waarde met (helaas ook als) eenheid dB. Merk hier op dat dit onafhankelijk is van de plaats. Het is een prima getal om geluidsbronnen te vergelijken. Andere namen zijn: 'Sound Power Level' (PWL) of 'Schalldleistungspegel'.

*geluidsvermogen blijft altijd gelijk (afstand onafhankelijk)
geluidsdruk - o afhankelijk van afstand tot bron.*

Voorbeelden van geluidsniveaus

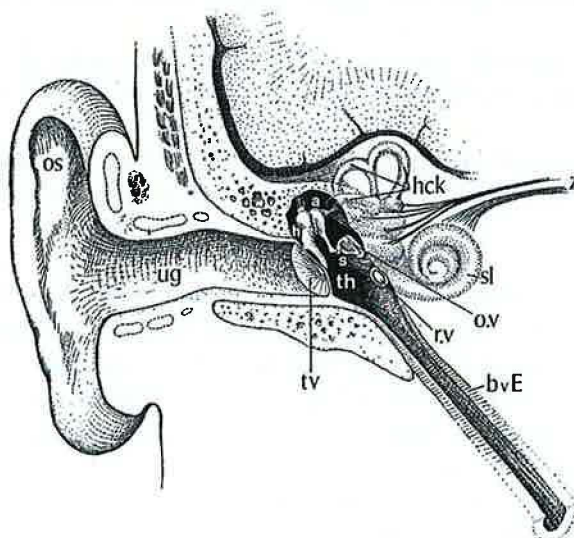
In onderstaande tabel zijn een aantal typische geluidsniveaus weergegeven.

VOORBEELDEN VAN GELUIDSNIVEAUS	
L_p (dB(A))	Voorbeeld
140	Pijngrens.
130	Startend straalvliegtuig op 50 m.
120	Snijbrander op 1 meter.
110	Houtcirkelzaag.
100	Metaalbedrijf, houtbewerkingsmachine op 1 m.
90	Passerende trein, zware vrachtwagen, draaibank.
80	Nabij drukke verkeersweg, grasmaaier op benzinemotor op 7 m.
70	Stofzuiger op 1 m, druk restaurant.
60	Normaal gesprek, kantoorruimte.
50	Woonwijk overdag, rustig kantoor.
40	Rustige woonwijk, vergaderzaal.
30	Leeszaal bibliotheek, rustige woonwijk 's nachts
20	Gefluister, omroepstudio
10	Vallende speld op stenen vloer
0	Gehoordrempel, absolute stilte

Tabel 6.1

6.2 Hoe horen we geluid?

Het menselijk oor is een ontvanger van geluid. In dat orgaan zitten eigenlijk bijzonder veel ontvangers, voor elke toonhoogte één. Vandaar dat we meerdere tonen tegelijk kunnen horen.



- os = oorschelp
- ug = uitwendige gehoorgang
- tv = trommelvlies
- bvE = buis van Eustachius
- h = hamer
- a = aambeeld
- s = stijgbeugel
- ov = ovale venster
- rv = ronde venster
- sl = slakkenhuis
- hck = halfcilindervormige kanalen
- th = trommelholte
- z = zenuwen

Fig. 6.2 Doorsnede van het oor

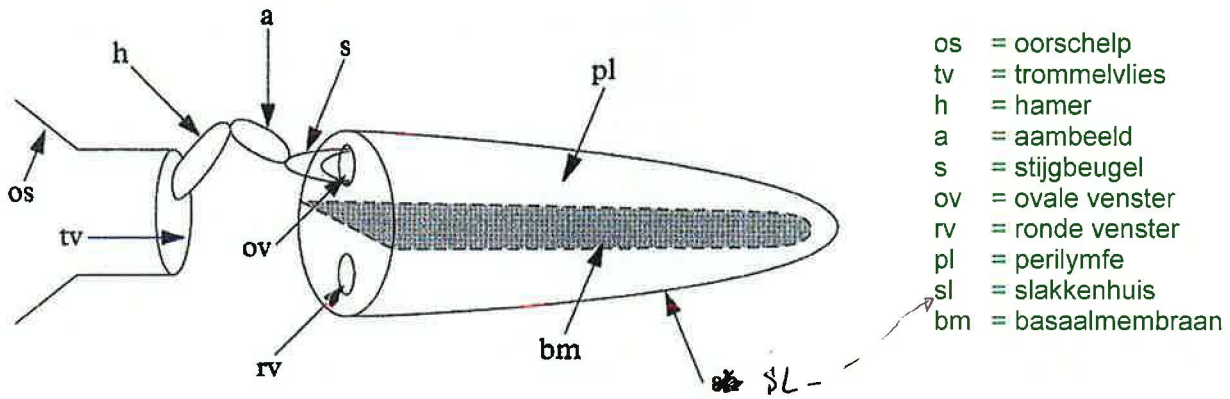


Fig. 6.3 Schematische weergave van het menselijk oor

We kunnen echter niet alle tonen even goed horen. Zeer lage (lager dan 20 Hz) en zeer hoge (meer dan 20 kHz, 20.000 Hz) kunnen we niet meer horen. In de buurt van 1000 Hz horen we het best. Wat gebeurt er als we een geluid waarnemen? We filteren de hoge en lage tonen eruit en leggen de nadruk op de middentonen. Wij *filteren* dus het geluid. Als we geluidsmetingen doen, moeten we (net zo) een filter aanbrengen dat het menselijke oor 'nadoet'. Een veel gebruikte filter is het zogenaamde A-filter. Tabel 6.1 hieronder geeft aan hoeveel geluid er van het gemeten geluid af moet om het vergelijkbaar te maken met het oor.

Verschil in gemeten geluid om vergelijkbaar te zijn met gehoor								
Frequentieband [Hz]	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
Correctie [dB]	-26,2	-16,1	-8,6	-3,2	0	+1,2	+1,0	-1,1

Tabel 6.1

In het algemeen worden geluidsniveaus gefilterd met het A-filter of, afgekort dB(A).

6.3 Geluid bij koelers en condensors

Geluid speelt bij veel koeltechnische apparaten een rol. Vooral de condensor, vaak buiten opgesteld, wordt als boosdoener aangewezen door omwonenden. Maar ook steeds meer worden aan koelers geluidseisen gesteld. Een opsomming van geluidsbronnen in of aan een koeler of condensor:

- De snel ronddraaiende vleugel is vaak de grootste en sterkste geluidsbron. Dit speelt vooral bij hoge toerentallen. Vaak wordt daarom bij voorkeur gekozen geen hogere toerentallen toe te laten dan 1500 RPM;
- Ook de motor maakt geluid; bij normaal gebruik een zacht gebrom. Bij gebruik van een frequentieregelaar kunnen brom- of fluittonen soms heel hinderlijk zijn. De motoren moeten geschikt zijn voor een bepaald type regelaar;
- Plaatdelen kunnen (vooral bij resonanties) hevig staan meetrillen. Verstevenigen is dan het devies;
- Loszittende delen of een aanlopend ventilatorblad geeft ook zeer ongewenste bijgeluiden. Reparatie of verstellen is dan de remedie.

Ook het aantal motoren dat is geplaatst op een koeler of condensor speelt een rol. Voor elke verdubbeling van het aantal (van 1 naar 2, van 2 naar 4, etc.) moet bij het geluidsniveau 3 dB worden opgeteld. Wanneer geluidsgegevens worden vergeleken (bijvoorbeeld verschillende fabrikaten ventilatoren), dan is het gemakkelijk dit te doen aan de hand van het geluidsvermogen. Geluidsdruk op een bepaalde afstand kan wel omgerekend worden, maar er kunnen veel fouten mee worden gemaakt. Bovendien is de omrekening afhankelijk van zeer veel factoren.

Het vergelijken van geluid producerende componenten kan het best gebeuren aan de hand van het (opgegeven) *geluidsvermogen*. Alleen deze waarde is daarvoor geschikt!

6.4 Het omrekenen van geluidswaarden

Het komt regelmatig voor dat geluidsgegevens moeten worden omgerekend. Zoals in 6.3 reeds gemeld werd, gaat dit uitsluitend door het geluidsvermogen te vergelijken.

In het algemeen komen bepaalde situaties veel voor:

- Is de geluidsdruk opgegeven **met een bepaalde afstand**, dan kan dit onder bepaalde voorwaarden worden omgerekend naar een geluidsvermogen.
- Ook het berekenen van een geluidsdruk op een bepaalde afstand komt voor, als we bijvoorbeeld het geluidsvermogen kennen.
- Tenslotte kan het handig zijn om de geluidsdruk van 1 naar 5 of 10 meter afstand om te rekenen, of andersom.

Hoe de omrekening gaat, hangt af van de lokale omstandigheden. Ook hier komen drie situaties veel voor:

- A. Het object, bijvoorbeeld een condensor staat in het gras. Die ondergrond absorbeert eigenlijk alle geluid, of beter gezegd: het geluid boven de grond heeft geen reflecties vanaf de grond. Deze opstelling noemen we het *vrije veld*;
- B. De condensor kan ook op een betonvloer staan. De vloer weerkaatst duidelijk alle geluid. We hebben dan *1 reflectievlak*. Als hij in het gras, maar vlak naast een verticale muur staat geldt hetzelfde;
- C. Als de condensor op de betonvloer, maar ook naast een verticale muur staat is er sprake van *2 reflectievlakken*.

Onderstaande figuur geeft de situaties A, B en C weer.

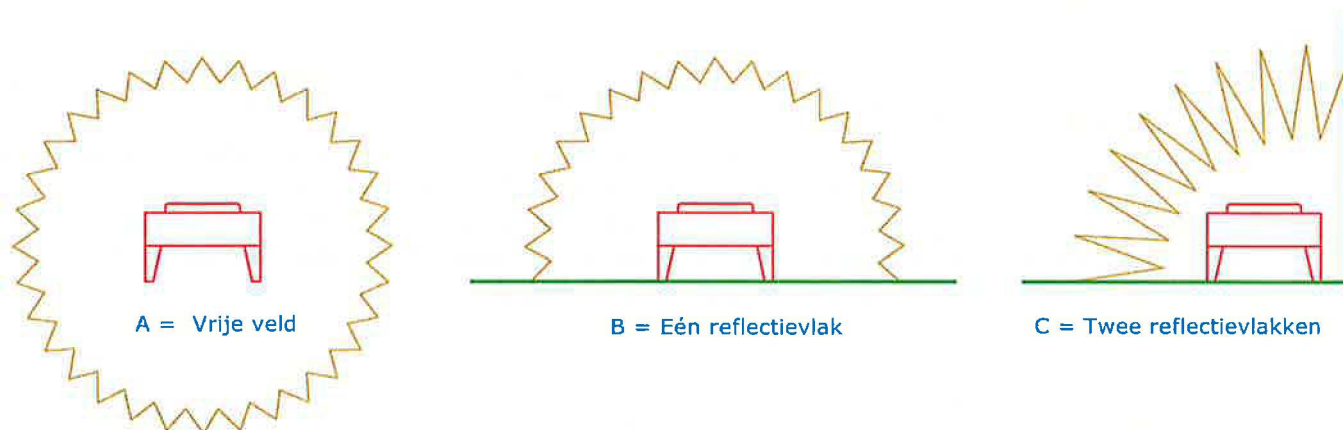


Fig. 6.4 Schematische weergave van lokale omstandigheden

De tabel hieronder geeft antwoord op alle soorten omrekeningen met afstand, situatie en geluidsdruk of geluidsvermogen.

Omrekeningen geluid				VAN :												
Let op: - Puntvormige geluidsbron - Alle richtingen gelijkmatig G.J. Doornbos - 10.2011				Lw	Lp - geluidsdruk - dB(A)											
					Vrije veld				1 reflexievlak				2 reflexievlakken			
					1 m	3 m	5 m	10 m	1 m	3 m	5 m	10 m	1 m	3 m	5 m	10 m
NAAR:	Lw			0	11	21	25	31	8	18	22	28	5	15	19	25
	Vrije veld	1 m	-11	0	10	14	20	-3	7	11	17	-6	4	8	14	
		3 m	-21	-10	0	4	10	-13	-3	1	7	-16	-6	-2	4	
		5 m	-25	-14	-4	0	6	-17	-7	-3	3	-20	-10	-6	0	
		10 m	-31	-20	-10	-6	0	-23	-13	-9	-3	-26	-16	-12	-6	
	1 reflexievlak	1 m	-8	3	13	17	23	0	10	14	20	-3	7	11	17	
		3 m	-18	-7	3	7	13	-10	0	4	10	-13	-3	1	7	
		5 m	-22	-11	-1	3	9	-14	-4	0	6	-17	-7	-3	3	
		10 m	-28	-17	-7	-3	3	-20	-10	-6	0	-23	-13	-9	-3	
	2 reflexievlakken	1 m	-5	6	16	20	26	3	13	17	23	0	10	14	20	
		3 m	-15	-4	6	10	16	-7	3	7	13	-10	0	4	10	
		5 m	-19	-8	2	6	12	-11	-1	3	9	-14	-4	0	6	
		10 m	-25	-14	-4	0	6	-17	-7	-3	3	-20	-10	-6	0	

Tabel 6.2 Omrekening van geluidsgegevens

Voorbeelden:

- Bepaal het geluidsvermogen van een ventilator die op 10 m in het vrije veld 50 dB geluidsdruk heeft. (Opl: $L_w = 50 + 31 = 81$ dB)
- Bepaal de geluidsdruk op 5 m van een kleine condensor met een geluidsvermogen van 83 dB die op een betonvloer naast een muur staat. (Opl.: $L_p(5m) = 83 - 19 = 64$ dB)
- Hoe ver moeten we van een kleine condensor (met geluidsvermogen van 78 dB) af gaan staan om in het vrije veld niet meer geluid dan 53 dB waar te nemen? (Opl.: Van 78 naar 53 dB is 25 dB. Dit is de vermindering bij 5 meter afstand vanaf de geluidsbron)

Hoofdstuk 7 GELUIDSBEREKENINGEN

7.1. De definitie van geluid

In hoofdstuk 1 zijn we reeds geluid als verschijnsel tegengekomen. Het feit dat geluid hier nogmaals aan de orde komt heeft te maken met het feit dat soms berekeningen aan geluid gedaan moeten worden. Dit speelt vooral een rol als we ontwerpspecificaties van apparaten moeten afgeven, en als we in het veld met geluidsproblemen in aanraking komen. Bovendien moeten eventuele metingen die we zelf (of anderen) doen op hun merites beoordeeld kunnen worden.

Kortom, we zullen in dit hoofdstuk nader op de geluidsberekeningen ingaan.

7.2. De definitie van geluid

In hoofdstuk 1 was geluid gedefinieerd als een golf van trillende luchtdeeltjes. We nemen het als een druktrilling waar in ons oor. Deze trilling kan tussen heel zacht naar heel hard variëren.

Deze variatie is immens! Het kleinste geluidje wat we kunnen horen is ongeveer 0,000020 Pa (20 μ Pa), terwijl het hardste geluid (zonder schade enige tijd te horen) ongeveer 200 Pa is, dus 10 miljoen maal sterker.

Het zal duidelijk zijn dat het rekenen in zulke grote verschillen wat lastig is. Daarom wordt gerekend met de logaritme van het geluid. Dit geeft veel beter hanteerbare getallen.

Het rekenen met logaritmen moet men wel gewend zijn. Een veel voorkomende eigenschap is het optellen bij een vermenigvuldiging: de logaritme van een vermenigvuldiging is de som van de logaritmen!

Voorbeeld: $\text{Log}(2 \cdot 100) = \text{Log}(2) + \text{Log}(100)$. Dit betekent: de log van een 2x zo groot getal is gelijk aan de Log van dat getal + Log(2).

De geluidsdruk

Het geluid wat we waarnemen is zoals gezegd de geluidsdruk. De L_p -waarde is de verhouding van die druk ten opzichte van het juist hoorbare geluid:

$$L_p = 20 \cdot \text{Log}\left(\frac{p}{p_0}\right)$$

De geluidsdruk p [Pa] wordt gedeeld door p_0 , die gelijk is aan 20 μ Pa. De L_p -waarde heeft geen fysische dimensie, maar wordt uitgedrukt in dB.

Het geluidsvermogen

Bij de trilling van luchtdeeltjes wordt arbeid verricht op de omringende deeltjes. Deze verrichte arbeid wordt geluidsvermogen genoemd. Het kan niet worden gemeten (we meten immers de druk), maar verderop zal een verband tussen de geluidsdruk en geluidsvermogen worden gelegd.

Hier wordt het geluidsvermogen gedefinieerd als de log van de verhouding tussen de actuele waarde en een referentiewaarde:

$$L_w = 10 \cdot \text{Log}\left(\frac{W}{W_0}\right)$$

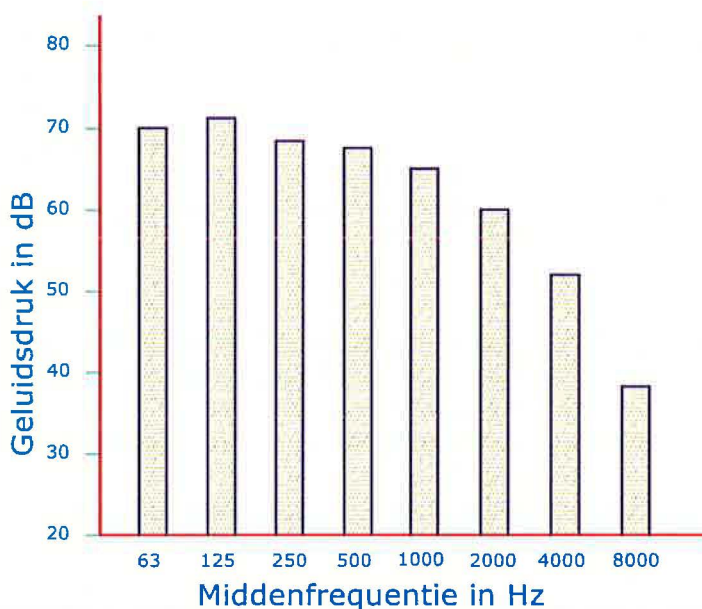
waarbij W_0 gelijk is aan 1×10^{-12} Watt (1 pW).

Oefening: Toon aan dat twee keer zoveel geluidsvermogen neerkomt op het bijtellen van 3 dB.

Zoals in hoofdstuk 6 is aangegeven, is het geluidsvermogen de enig goede waarde om geluidsbronnen, zoals ventilatoren onderling te vergelijken.

Let op dat het geluidsvermogen afhankelijk is van de frequentie. De ene broemt meer (meer lage tonen), terwijl een andere (kleinere) meer toeren moet maken, en hogere tonen voortbrengt. Voor hogere tonen (tussen 1000 en 4000 Hz) is het menselijk oor veel gevoeliger dan lage tonen.

Als voorbeeld is hieronder de geluidsdruk weergegeven van een Ziehl-Abegg ventilator die gemeten is op een HTC 100.112-300 condensor.



Grafiek 7.1 Ziehl Abegg ventilator gemeten op een HTC 10.112.300 condensor

De uitstraling van geluid

Het omzetten van een geluidsvermogen naar een geluidsdruk is afhankelijk van de omgeving. In hoofdstuk 1 zijn drie soorten omgevingen als voorbeeld genomen (A, B en C, resp. het vrije veld, met 1 reflectievlak en met 2 reflectievlakken). Deze laten zich als volgt berekenen:

$$L_p = L_w + 10 \cdot \log\left(\frac{n}{4\pi r^2}\right) \quad r > 1m$$

L → afstand tot bron

waarbij geldt:

- vrije veld: $n=1$;
- één reflectievlak: $n=2$;
- twee reflectie vlakken: $n=4$,
- de afstand van de geluidsbron tot de waarnemer = r

Het oppervlak van de bol waarin het geluid zich voorplant wordt resp. in 1, 2 en 4 stukken verdeeld. Met deze formule is in hoofdstuk 1 de tabel van paragraaf 1.4. samengesteld.

Let op dat dit uitsluitend geldt als de **geluidsbron puntvormig** is! Voor niet puntvormige geluidsbronnen geldt vooral binnen een straal van 1x de langste afmeting dat er grote afwijkingen gaan optreden. Voor meer dan 2x de langste kant en verder weg kan de condensor echter als een puntbron worden verondersteld.

Bij lange condensors is het geluid aan de einden wel 3 dB lager als in het midden op dezelfde afstand van het middelpunt wanneer alle geluid in het midden zou zijn geconcentreerd.

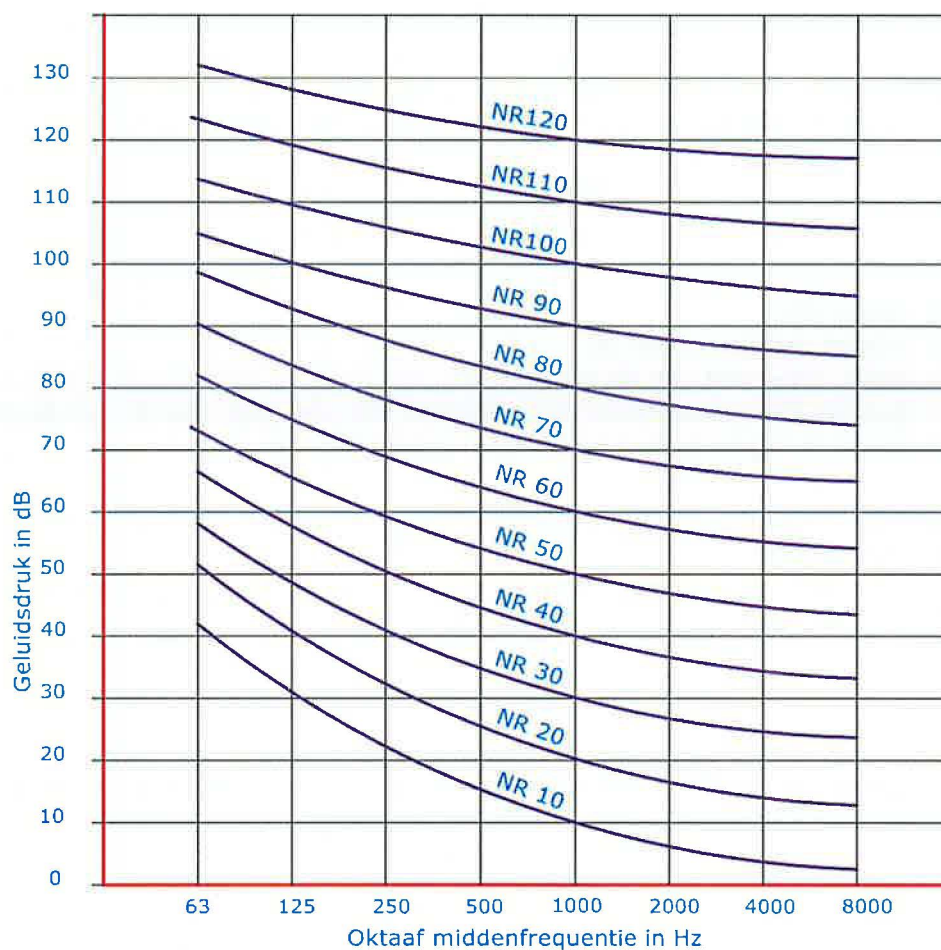
7.3. Het specificeren van geluid

In hoofdstuk 6 is reeds het A-filter behandeld, wat het gemeten geluidsvermogen corrigeert voor de gevoeligheid van het oor. We herhalen de correcties in de onderstaande tabel.

Verschil in gemeten geluid om vergelijkbaar te zijn met gehoor								
Frequentieband [Hz]	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
Correctie [dB]	-26,2	-16,1	-8,6	-3,2	0	+1,2	+1,0	-1,1

Tabel 7.1 (= tabel 6.1)

Een andere manier van presenteren is het aangeven van een geluidsniveau per octaafband waar het geluid niet boven mag komen of komt. Dit zijn de zogenaamde NR-curven (Noise Rating).



Grafiek 7.2 Noise Rating-curven

Voorbeeld: Een ventilator is met onderstaande geluidsdrukken gemeten.

Gemeten geluidsdrukken van ventilator								
Frequentieband [Hz]	63	125	250	500	1000	2000	4000	8000
Geluidsdruk [dB]	72	51	53	49	48	42	39	44

Tabel 7.2

Teken deze waarden in de grafiek met curves, en beoordeel het geluidsniveau (Opl.: NR 51)

We zien dat de curve voor lage tonen sterk oploopt. Daarom tellen de hoge drukken bij de lage tonen (72 dB) toch minder zwaar dan de hoge tonen (44 dB).

De NR-curven geven dus een omhulling, die gemaakt is naar de gevoeligheid van het menselijk oor. Ze worden gebruikt om een maximaal geluidsniveau te specificeren (bijvoorbeeld in een bestek voor een woonhuis in een woonwijk). Je kan dan voor het product wat je aanbiedt beoordelen of het binnen de geluidsnorm blijft.

7.4. Het gedrag van geluid in omgevingen of ruimtes

Met alleen het geluidsvermogen wordt nog geen goede indruk verkregen van het geluidsniveau zoals het door ons oor wordt waargenomen. Voor condensors wordt vaak gerekend in een buitenopstelling. We maken dan vaak gebruik van de bovenstaande formule met afstand R tot de condensor.

Het geluid van koelers in een ruimte wordt natuurlijk bepaald door *absorptie* en *reflectie* van het geluid. Hoe meer geluid wordt weerkaatst, hoe hoger het geluidsniveau; hoe hoger de absorptie, hoe lager het niveau.

Ten slotte speelt ook *transmissie* van geluid een rol (de doorgeven van geluid door een wand).

Hoe meer absorptie in een ruimte, hoe kleiner ook de nagalmtijd. Dit is de tijd waarin het geluid in totaal 60 dB minder wordt (uitsterft). Dit kan worden berekend met de formule van Sabine:

$$t = \frac{0,161 V}{S \bar{a}} \quad \bar{a} = \frac{0,161 V}{S \cdot t}$$

waarin:

- t = nagalmtijd
- V = inhoud van de ruimte, m³
- S = totale oppervlak van de ruimte, m²
- $\bar{a}$ = gemiddelde geluidsabsorptiecoëfficiënt van alle oppervlakken uit de ruimte
- S $\bar{a}$ = aantal m² Sabine, dwz 'open raam oppervlak'

Meting van de nagalmtijd t kan dus een indruk geven van de absorptiecoëfficiënt. Let op dat dit dus per frequentieband moet gebeuren!

Vervolgens kan deze coëfficiënt $\bar{a}$ worden gebruikt voor berekening van de geluidsdruk in een ruimte waarin een geluidsbron met vermogen L_w is opgenomen:

$$L_p = L_w + 10 \cdot \log \left(\frac{4}{R} + \frac{n}{4\pi r^2} \right)$$

met de bekende variabelen en de factor R staat voor de vertrekconstante, die een relatie heeft met de absorptiecoëfficiënt $\bar{a}$:

$$R = \frac{S \bar{a}}{1 - \bar{a}}$$

Het *totale geluidsniveau* L_p is dus de som van het *directe veld* (de term $n/4 \pi r^2$) en het *reflectieveld* de term $4/R$).

7.5. Rekenen met geluid: meerdere geluidsbronnen optellen

Het optellen van geluidsbronnen is een vaak voorkomende bewerking. Neem bijvoorbeeld 4 dezelfde ventilatoren op één koeler.

Optellen van meerdere gelijke geluidsbronnen

Het is duidelijk dat bij 2 dezelfde ventilatoren ook 2 keer zoveel geluidsvermogen wordt ontwikkeld. Betekent dit dat als ze per stuk een geluidsvermogen van bijvoorbeeld 80 dB hebben, dat het resultaat 2 x 80 = 160 dB is? Geenszins!

Geluid wordt in logaritmen berekend. Het resultaat is het volgende:

$$L_{w,totaal} = 10 \log (2 \times W/W_o) = 10 \log (2) + 10 \log (W/W_o) = 3 + L_{w,één}$$

Conclusie: Het blijkt dus dat voor elke verdubbeling van het aantal gelijke geluidsbronnen er 3 dB bij het geluid moet worden opgeteld!

Oefening: Op een condensor zitten 4 ventilatoren van elk 75 dB. Wat is het totale geluidsvermogen? (Oplossing: Vier stuks is dus 2 verdubbelingen en geeft dus 3 + 3 = 6 dB extra. Totaal 81 dB)

Optellen van ongelijke geluidsbronnen

Bij gelijke bronnen moet 3 dB worden bijgeteld. In de onderstaande tabel staat wat moet worden opgeteld bij de hoogste waarde, als ze een onderling verschil hebben.

Verschil in dB bij meer geluidsbronnen											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Op te tellen [dB]	3,0	2,5	2,1	1,8	1,5	1,2	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4

Tabel 7.3

Oefening: Op één koeler zitten per ongeluk 2 ongelijke ventilatoren die een geluidsvermogen van 83 en 76 dB hebben. Wat is het totale geluidsvermogen?

Oplossing: Het verschil is 7 dB. Volgens de tabel moet er dan 0,8 dB worden opgeteld bij de grootste waarde: $83 + 0,8 = 83,8$ dB.

7.6. Geluidsmetingen

In het algemeen zijn er vier methodes waaronder het geluid kan worden bepaald:

- In het vrije veld (bv. bij een boer in een grasland in de polder);
- Zeër dichtbij het apparaat met oppervlakte correcties;
- In een zeer grote loods of op een stil plein;
- In een *galmkamer* (reverberating room) of een zgn. *dode kamer*.

Methode A is in het verleden veel toegepast. Het is eenvoudig qua opstelling, maar vereist een (min of meer) vast contact en is sterk weers- en omgevingsgevoelig. Op bijvoorbeeld 10 m afstand wordt de geluidsdruk bepaald met een verwaarloosbaar achtergrondgeluid. De uitkomst kan worden vertaald naar een geluidsvermogen op basis van een 'vrije veld' conditie (zie § 6.2) omdat de helft van het geluid die naar het gras straalt daar wordt geabsorbeerd, en dus niet reflecteert.

Methode B kan ook vrij eenvoudig worden uitgevoerd. Gemeten wordt de geluidsdruk, maar omdat dicht bij de bron wordt gemeten (enkele cm afstand) is dit praktisch gelijk aan het geluidsvermogen. Wel moet nog worden gecorrigeerd naar het totale geluidsuitstralend oppervlak. Let ook op dat in het algemeen beide zijden van een koeler of condensor geluid uitstralen! De omrekening gaat als volgt:

$$L_w = L_p + 10 \cdot \log\left(\frac{A}{A_0}\right)$$

De formule lijkt sprekend op de omrekening van geluidsdruk naar geluidsvermogen van § 6.2, maar heeft in het rechter lid een toevoeging van het geluidsuitstralend oppervlak A ten opzicht van A_0 (1 m^2).

Methode C lijkt sterk op A. In dit geval is er echter één reflectievlak (de betonvloer). De loods of het plein moet zo groot zijn, dat alle uitgestraalde geluid wordt geabsorbeerd of geen rol speelt. Bovendien moet het achtergrondgeluid verwaarloosbaar weinig zijn.

Tenslotte kan worden gemeten in een laboratorium ruimte (D). De *galmkamer* is een asymmetrische ruimte, opgetrokken uit zeer hard materiaal en geheel gepleisterd. Het geluid wordt zo goed weerkaatst, dat de geluidsterkte overal in de ruimte hetzelfde is. Er wordt dan overal dezelfde geluidsdruk gemeten, gelijk aan het bronvermogen.

De *dode* ruimte is het tegendeel van een galmkamer. Alle geluid wordt geabsorbeerd. Het type meting is vergelijkbaar aan dat van het vrije veld.

Het is een speciale ervaring zich in een van beide ruimtes te bevinden.

7.7. Geluid aan de koeler

Bij het terugtoeren van de variabele toerenmotoren bestaat de kans dat de motor gaat *brommen*. Het brommen is mede afhankelijk van de uitvoering van de wikkelingen en weekijzerpakket. Ook is de toegepaste regelaar van invloed.

Resonanties kunnen zich ook in het plaatwerk voortplanten. Het is bijzonder moeilijk om dit te bestrijden. De mogelijkheid bestaat om het plaatwerk van *ontdreunings-materiaal* te voorzien.

7.8. Referenties

- N. Wesseling, "Geluid", *Koude- en Klimaattechniek*, nummer 10, oktober 1997
- Helpman geluidscursus (ongedateerd)
- Rucon, "Geluidsberekening voor ventilatoren", leveranciersbrochure (ongedateerd).
- Interne Bedrijfsopleiding Luchttechniek LT1 (Helpman), no. 88.27, G.J. Doornbos, A. Radersma (februari 2004)
- Interne Bedrijfsopleiding Luchttechniek LT2 (Helpman), no. 88.28, G.J. Doornbos, A. Radersma, A. Leistra (november 2005)

Hoofdstuk 8 BIJLAGEN

8.1 Voorbeeld: Hertentamen F1 van 3 januari 2005

Docent : dr.ir. G.J. Doornbos Benodigd: Rekenmachine met logaritmen
Datum: 3 januari 2005 Bijgeleverd: -
Duur: -

Buiten de genoemde artikelen zijn geen andere hulpmiddelen toegestaan.

De antwoorden zijn in cursief onder de vraag weergegeven.

Opgave 1.

Het kental van Biot wordt gebruikt om:

- De warmteoverdracht in een pijp of kanaal te berekenen;
- De verhouding van de weerstand t.g.v. de uitwendige c_p en de inwendige $\square\square$ te bepalen;
- De warmteoverdracht bij vrije stroming te berekenen.
- De verhouding van de uit- en inwendige warmteweerstand te bepalen;

Bi heeft de zelfde formule als Nu. Nu wordt echter voor grenslagen in bv. buisstromingen gebruikt. a is dus niet goed. Bi heeft ook niets te maken met een c_p of vrije stroming, dus b en c zijn ook fout.

Opgave 2.

Het overgedragen vermogen van een warmtewisselaar (vloeistofkoeler) kan vloeistofzijdig worden berekend met:

- $P = F(Re) * L/D_h * \frac{1}{2} \rho v^2$
- $P = \rho \dot{V} c_p \Delta T$
- $Sh = 0,023 Re^{0,8} Pr^{1/3} (L/D_h)$
- $P = K A \Delta T_{ln}$

Formule a wordt gebruikt voor drukval in een buis of kanaal; niet goed. In formule c is foutief Sh weergegeven. Dit moet Nu zijn (=vgl. van Dittus Bøller); dit is echter warmteoverdracht, geen vermogen. In d is de overgedragen warmte van een ww. weergegeven. Echter niet vloeistofzijdig. Het enig goed antwoord is b.

Opgave 3.

Over de stroming van een vloeistof in een pijp kunnen we het volgende zeggen:

- Turbulente stroming treedt op bij $Re < 2300$.
- Bij $Re \approx 2300$ is de stroming slecht gedefinieerd.
- De turbulente grenslaag treedt op bij $Pr < 7$.
- Bij meer turbulentie neemt de totale warmteweerstand in het algemeen toe.

Voor $Re < 2300$ is de stroming juist laminair; a is fout. Pr zegt niets over een turbulente grenslaag; ook fout, en bij meer turbulentie neemt de warmte weerstand juist af ($\square$ en Nu nemen toe); d is ook fout. Voor Re tussen 2300 en 10.000 is de stroming niet goed gedefinieerd, kan zowel turbulent als laminair zijn. Dus is stelling b goed.

Opgave 4.

In een warmtewisselaar wordt in tegenstroom lucht verhit van 20 tot 45°C met water uit de centrale verwarming dat daarmee afkoelt van 90 tot 70°C. Het logaritmische temperatuursverschil is dan:

- $(45-20)/\ln(90/70)$
- $(5)/\ln(50/45)$
- $\ln((90-70)/(45-20))$
- $32,5 - 20$

In tegenstroom staan de beide hoogste en laagste temperaturen tegenover elkaar. ΔT_{ln} wordt dan:

$$\Delta T_{ln} = \frac{[(90-45) - (70-20)]}{\ln\left(\frac{90-45}{70-20}\right)} = \frac{-5}{\ln(45/50)} = \frac{5}{\ln(50/45)}$$

Let op dat de laatste overgang wordt verkregen door de T-verschillen om te draaien, maar dat de som wiskundig gezien ook klopt.

8.2 Wiskunde ten behoeve van het vak warmte-overdracht

8.2.1 Algebra

a. Lineaire en hogere graad vergelijkingen

Veel vergelijkingen hebben een eenvoudige vorm:

$$a = b / c$$

en het is handig uit het hoofd te weten hoe B en C opgelost moeten worden:

$$b = a \cdot c \text{ en } c = b / a$$

De volgende vergelijking heet **lineair** omdat er geen kwadraten of hogere machten in zitten:

$$y = a \cdot x + b$$

Als x op de x-as tegen y op de y-as wordt uitgezet krijgen we een rechte lijn met als richtingscoëfficiënt a en kruist de lijn de y-as op y = b (neem voor x nul).

Een **kwadratische** vergelijking ziet er zo uit:

$$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

en levert in het algemeen een *parabool* op. Er zijn maximaal 2 snijpunten met de x-as (los op x=0):

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Dit wordt de zogenaamde abc-formule genoemd. Er zijn 3 gevallen. Er zijn:

- * geen oplossingen wanneer $b^2 - 4ac < 0$ (de wortel wordt negatief)
- * precies 1 snijpunt wanneer $b^2 - 4ac = 0$ (de 2 oplossingen bedekken elkaar tot 1 punt)
- * twee oplossingen wanneer $b^2 - 4ac > 0$ (zie hierboven x_1 en x_2)

b. Exponenten

Het 2-tje van de kwadraat van hierboven is geheel en positief. Het wordt een exponent genoemd, en de waarde van de exponent is 2. Er zijn vele waarden van een exponent mogelijk.

Een **negatieve** exponent is het omgekeerde van een positieve.

$$\text{Een voorbeeld: } x^{-2} = 1 / x^2$$

Stel $x = 2$, dan is $2^{-2} = 1 / 2^2 = 1 / 4 = 0,25$

Een exponent kan ook **gebroken** zijn:

Als $y^2 = x$, is een van beide oplossingen $y = \sqrt{x}$, wat kan worden geschreven als $x^{1/2}$.

$$\text{Voorbeeld: } 4^{1/2} = \sqrt{4} = 2$$

Buiten de gebroken exponent $1/2$ zijn wiskundig gezien alle breuken mogelijk!

Tenslotte kan een exponent ook een **reëel** getal zijn, bijvoorbeeld 2,36. Deze kun je op je rekenmachine uitrekenen. Ook negatieve reële exponenten komen voor. Bedenk dan dat $x^{-2,36} = 1 / x^{2,36}$.

Schrijfwijze: buiten het superscript kan een exponent ook geschreven worden na een accent circonflex (dakje): $a^x = a \wedge x$. Het voordeel is dat x groter is en beter zichtbaar is in de tekst.

Een andere schrijfwijze is specifiek voor machten van e: $e^x = \exp(x)$.

c. Exponentiele vergelijkingen

Deze vergelijkingen komen veel voor in de warmte-overdracht. Neem bijvoorbeeld:

$$y = x^b$$

Dan kunnen we x oplossen als $x = y^{1/b}$. Moeilijker wordt het om b op te lossen. Daar komen we zo op bij de logaritmen. Maar eenvoudiger is het bijvoorbeeld oplossen van a uit de vergelijking:

$$y = a \cdot x^b$$

Hier kunnen we gebruik maken van de eerste regel hierboven: $a = y / x^b$

d. Logaritmen

Logaritmen boezemen geheel onterecht veel angst in. In feite zijn ze een logisch gevolg van het probleem van hierboven: hoe moeten we b oplossen uit de vergelijking $y = x^b$?

Laten we een voorbeeld nemen: $8 = 2^3$. Dus $2 = 8^{1/3}$. (= de derdemachtswortel van 8)

Maar wat is 3? En nu komt het:

$$3 = {}^2\log 8$$

Je kunt 8 opgedeeld denken uit een 2 met onbekende macht x: $8 = 2^x$. En die x blijkt dan 3 te zijn! We schrijven dat als ${}^2\log 8$.

Het getal 2 heet het **grondtal** van de logaritme.

Rekenen met logaritmen vereist dat je een aantal rekenregels uit het hoofd kent.

Leer dus de volgende rekenregels uit het hoofd:

1. ${}^x\log a + {}^x\log b = {}^x\log (a \cdot b)$ (geldt dus voor elke x behalve 0)
2. ${}^x\log a - {}^x\log b = {}^x\log (a / b)$ (geldt ook voor elke x behalve 0)
3. ${}^a\log b = {}^x\log b / {}^x\log a$ (voor x mag je elk reëel getal behalve 0 invullen)

Een bijzonder grondtal is het getal e. Het is een irrationeel getal, en de getalswaarde is 2,71828182....

De log aanduiding verandert bij dit grondtal: ${}^e\log x$ wordt geschreven als ${}^e\ln x$. De ln-functie wordt ook wel de **natuurlijke logaritme** genoemd.

e. Logaritmische- en exponentionele vergelijkingen

In het vak B3 komen vele logaritmische vergelijkingen voor. Neem bijvoorbeeld:

$$T = T_i + (T_i - T_l) 10^{-\frac{t}{t_{sp}}}$$

Dit is te schrijven als

$$\Theta = 10^{-(t / t_{sp})}$$

als we Θ kiezen als $(T - T_l) / (T_i - T_l)$.

Wanneer we t of t_{sp} willen oplossen moeten we eerst links en rechts de logaritme (van 10) nemen. We krijgen:

$${}^{10}\log \Theta = {}^{10}\log [10^{-(t / t_{sp})}].$$

Maar ${}^{10}\log [10^{-(t / t_{sp})}]$ is gelijk aan $-(t / t_{sp})$! Dus

$$-(t / t_{sp}) = {}^{10}\log \Theta$$

Nu kunnen we t en t_{sp} oplossen:

$$t = -t_{sp} \cdot {}^{10}\log \Theta \quad (\text{of: } t = t_{sp} \cdot {}^{10}\log [\Theta^{-1}]) \quad \text{en}$$

$$t_{sp} = t / {}^{10}\log \Theta$$

Omrekenen van het ene grondtal naar het andere gaat via de 3^e logaritme-rekenregel:

Voorbeeld:

$${}^{10}\log a = {}^e\log a \cdot {}^e\log 10 \equiv \ln a / \ln(10) \quad (\ln 10 \approx 2,3)$$

8.2.2 Differentiëren en integreren

a. Regels om te differentiëren

Definitie: een functie differentiëren naar een bepaalde variabele is in feite kijken hoe in een bepaald punt de functiewaarde varieert als die variabele iets varieert.

Voorbeeld: in een stuk vlees wat aan beide zijden wordt gekoeld is in het midden (de kern) de temperatuur niet afhankelijk van de temperatuur: ter plaatse van het warmste punt is aan weerszijden de temperatuur lager, dus je staat op een top (temperatuur). Daar is de helling van de temperatuurfunctie even horizontaal: dT/dx is daar nul.

Naar de tijd gerekend daalt de kerntemperatuur, dus dT/dt is negatief! **Ga na of je dit snapt.**

Een functie differentiëren is dus een soort 'aan de tand voelen' van die functie; onderzoeken.

Hier een stel standaard rekenregels:

$$\begin{aligned} f(x) &= a \cdot x^2 + b \cdot x + c & \Rightarrow df/dx &= 2 \cdot a \cdot x + b \\ f(x) &= a \cdot e^x & \Rightarrow df/dx &= a \cdot e^x = f(x) & \text{(is zichzelf!)} \\ \text{en } f(x) &= a^x & \Rightarrow df/dx &= \ln a \cdot a^x \\ f(x) &= \ln x & \Rightarrow df/dx &= 1/x \end{aligned}$$

De **kettingregel** is handig als het differentiëren niet in één keer kan:

$$f(x) = g[h(x)] \quad \Rightarrow df/dx = dg/dh \cdot dh/dx$$

en dus geldt ook:

$$f(x) = g\{h[j(x)]\} \quad \Rightarrow df/dx = dg/dh \cdot dh/dj \cdot dj/dx$$

Voorbeeld: $T = T_i + (T_l - T_i) 10^{-t/t_{sp}}$

Definieer: $g(h) = T_i + (T_l - T_i) \cdot h$, $h(j) = 10^j$ en $j(t) = -t/t_{sp}$,

Dan is: $dg/dh = (T_l - T_i)$, $dh/dj = \ln 10 \cdot 10^j$ en $dj/dt = -1/t_{sp}$.

En dus is: $dT/dt = (T_l - T_i) \cdot \ln 10 \cdot 10^{-t/t_{sp}} \cdot (-1/t_{sp})$

Fysische betekenis: verminigvuldig dT/dt met $m \cdot c_p$ en je vindt het momentane koelvermogen.

Let op dat een functie meerdere variabelen kan hebben. Een voorbeeld is een lichaam wat afkoelt. De gemeten temperatuur $T(x,t)$ is zowel afhankelijk van plaats x als tijd t . De functie $T(x,t)$ kan dus zowel naar x als t gedifferentieerd worden.

b. Integreren

Eenvoudig gezegd is integreren het omgekeerde als differentiëren. Een algemeen probleem is dat er voor elke functie methoden zijn om te differentiëren, maar er zijn niet voor elke functie integratie methoden.

Hoe moet integratie voorgesteld worden? Integreren is het bepalen van het oppervlak tussen de functie grafiek en de x-as.

Integratieregels:

$$\begin{aligned} f(x) &= a \cdot x^2 + b \cdot x + c & \Rightarrow F(x) &= 1/3 \cdot a \cdot x^3 + 1/2 \cdot b \cdot x^2 + c \cdot x + C \\ f(x) &= a \cdot e^x & \Rightarrow F(x) &= a \cdot e^x + C = f(x) + C \\ \text{en } f(x) &= a^x & \Rightarrow F(x) &= 1/\ln a \cdot a^x + C \\ f(x) &= 1/x & \Rightarrow F(x) &= \ln x + C \end{aligned}$$

Vergeet niet dat het integreren ook een integratieconstante C oplevert! Deze constante kunnen we te weten komen door het invullen van een randvoorwaarde.

Als een functie niet direct te integreren is, is het soms mogelijk op een andere functie over te gaan. Als deze wel te integreren is kan na integratie de originele functie terug worden ingevuld, en is de integratieopdracht uitgevoerd. Deze methode heet de **substitutiemethode**. We komen hier later op terug.

c. Differentiaalvergelijkingen

Er is heel veel theorie over differentiaalvergelijkingen. In ons vak komen we ze tegen als we een probleem willen aanpakken door balansen op te zetten.

Voorbeeld: een vat met vloeistof wordt afgekoeld onder ideale omstandigheden. Er geldt:

$$P = M \cdot c_p \cdot (-dT/dt) \quad (dT/dt \text{ is negatief; de vloeistoftemperatuur } T \text{ daalt in de tijd})$$

$$P = K \cdot A \cdot (T - T_o)$$

Hierin is Q de overgedragen warmte in [J], M de massa van het vat [kg], c_p de soortelijke warmte van de vloeistof [J/kgK], T is de temperatuur van de vloeistof [°C], K de warmte-doorgangscoefficiënt [W/m²K] en T_o de koudemiddeltemperatuur [°C].

We gaan **substitueren**, en gaan over op de variabele ϑ , het temperatuursverschil ($T - T_o$). Dan is:

$$P = M \cdot c_p \cdot (-d\vartheta/dt)$$

$$P = K \cdot A \cdot \vartheta$$

omdat $dT/dt = d(\vartheta + T_o)/dt$, (los T op uit $\vartheta = (T - T_o)$) wat per definitie gelijk is aan $d\vartheta/dt$. We krijgen:

$$-M \cdot c_p \cdot d\vartheta/dt = K \cdot A \cdot \vartheta$$

Dit is een differentiaalvergelijking omdat zowel ϑ als de afgeleide $d\vartheta/dt$ in de vergelijking voor komen.

Via de methode van *scheiden van variabelen* schrijven we links ϑ en rechts t :

$$-M \cdot c_p \cdot d\vartheta/\vartheta = K \cdot A \cdot dt$$

Deze vergelijking kunnen we oplossen door links en rechts te integreren (en we schrijven $Mc_p/K A = \tau$):

$$\int \tau \cdot (1/\vartheta) \cdot d\vartheta = - \int 1 \cdot dt$$

Integreren levert:

$$\tau \cdot \ln \vartheta = -t + C$$

De constante C kunnen we oplossen door te bedenken dat op $t = 0$ de waarde van het temperatuursverschil gelijk is aan $(T_i - T_o)$.

$$\tau \cdot \ln (T_i - T_o) = -0 + C \quad \text{dus } C = \tau \cdot \ln (T_i - T_o)$$

We vinden dus als oplossing:

$$-t = \tau \cdot \ln (T - T_o) - \tau \cdot \ln (T_i - T_o) = \tau \cdot \ln [(T - T_o)/(T_i - T_o)]$$

Oplossen van T levert:

$$T = T_o + (T_i - T_o) \cdot e^{-t/\tau}$$

Omdat dit type (lineaire) differentiaalvergelijkingen eigenlijk het meeste voorkomt in de warmte-overdracht, en het hierboven is uitgelegd zullen we de theorie van differentiaalvergelijkingen nu verder laten voor wat hij is.

8.2.3 Geometrische figuren

Formules voor geometrische figuren			
Figuur	Omtrek	Oppervlakte	Inhoud
Driehoek		$\frac{1}{2} bh$	
Cirkel	$2\pi r$ of: πd	πr^2 of: $(\pi/4)d^2$	
Cilinder	$2\pi d + 2l$	$2\pi r^2 + 2\pi rl$	$\pi r^2 l$
Kegel			$(1/3) G H$ (opp. Grondvlak, Hoogte)
Bol	$2\pi r$ of: πd	$4\pi r^2$	$(4/3) \pi r^3$

Tabel 8.1

8.2.4 Referenties

Vademecum van de wiskunde (hoofdstuk 2,4,9,10,11)

Otto Teller, Het Spectrum (1975) ISBN 90 274 0114 4

Binas (tabel 93 bladzijde 207)

G. Verkerk e.a., Wolters-Noordhoff, (1998) ISBN 90 01 89377-5

Wiskunde voor het hoger onderwijs,

R. van Asselt e.a., Wolters-Noordhoff, (2001) ISBN 90 01 03336 9